

Estudi de l'activitat solar a partir de l'anàlisi de les taques solars

Arlet Pi Jaumà

IES Jaume Vicens Vives, curs 2015-2016

Grup: 2n de Batxillerat A

Tutoria: Laura Vallejo Domingo

Agraïments

Aquest treball no hauria estat possible sense l'ajuda de diverses persones que m'han orientat, recolzat i acompanyat des del primer moment perquè no només pogués realitzar-lo satisfactòriament, sinó també gaudir-lo.

En primer lloc agraeixo a l'Agrupació Astronòmica de Girona tot l'interès mostrat i l'ajuda que m'han proporcionat deixant-me utilitzar el seu telescopi. Especialment vull agrair a Rafael Balaguer Rosa, president d'aquesta agrupació, el temps i entusiasme dedicats perquè jo pogués gaudir fent el meu treball. Gràcies per prestar-me bibliografia, ensenyar-me a utilitzar un telescopi, orientar-me i resoldre els meus dubtes quan estava perduda.

Agrair enormement el suport de la meva família en tot moment, ja que sense ella aquest treball no hauria estat possible. A part d'acompanyar-me al centre astronòmic sempre que feia falta, m'han ajudat i cregut en mi des del principi fins al final.

Finalment vull agrair el temps que la meva tutora, Laura Vallejo Domingo, ha dedicat al treball, fent correccions sempre que era necessari. També a Lluïsa González Vall-llovera, per haver-me assessorat en els dubtes que em sorgien. Durant la realització del treball he après a treballar de manera més independent i seguir la línia que jo mateixa em marcava, la qual cosa m'ha proporcionat una gran riquesa personal.

Índex de continguts

1. <u>Introducció</u>	4
2. <u>Metodologia</u>	6
3. <u>Fonaments teòrics</u>	7
3.1. <u>El Sol, el nostre estel</u>	7
3.1.1. <u>Característiques generals</u>	7
3.1.2. <u>Com es genera l'energia</u>	8
3.2. <u>Activitat solar</u>	10
3.2.1. <u>Camp magnètic</u>	10
3.2.2. <u>Taques solars</u>	11
3.2.3. <u>Protuberàncies</u>	13
3.2.4. <u>Fulguracions</u>	13
3.2.5. <u>Vent solar</u>	13
4. <u>Captura i tractament de les imatges</u>	15
4.1. <u>Captura</u>	15
4.2. <u>Tractament</u>	16
5. <u>Càlcul de l'activitat solar. Nombre de Wolf</u>	18
5.1. <u>Nombre de Wolf</u>	18
5.2. <u>Càlcul del nombre de Wolf</u>	19
5.3. <u>Comparació amb els resultats de Space Weather</u>	22
6. <u>Posició de les taques solars</u>	26
7. <u>Càlcul de la rotació solar</u>	30
8. <u>Càlcul de la mida de les taques solars</u>	35
9. <u>Conclusions</u>	38
10. <u>Bibliografia</u>	41
10.1. <u>Pàgines web</u>	41
10.2. <u>Llibres</u>	42
10.3. <u>Descàrregues en PDF</u>	43
11. <u>Annexos</u>	44
11.1. <u>Annex 1. Tipus d'estels</u>	44
11.2. <u>Annex 2. Cicle de vida del Sol</u>	45
11.3. <u>Annex 3. Estructura del Sol</u>	47
11.4. <u>Annex 4. Fusió nuclear</u>	49
11.5. <u>Annex 5. El telescopi Coronado PST Ca-K</u>	49
11.6. <u>Annex 6. Classificacions dels grups de taques</u>	51
11.7. <u>Annex 7. Càlcul del nombre de Wolf</u>	52
11.8. <u>Annex 8. Càlcul del període sideral de rotació del Sol</u>	53

1. Introducció

Qui no s'ha fascinat alguna vegada mirant el color vermellós del cel durant una posta de sol, o veient la bola de foc que aquest forma en desaparèixer per l'horitzó i reaparèixer l'endemà amb una precisió matemàtica sorprenent? A qui no li ve de gust notar l'escalfor del Sol a la pell un dia de fred, i qui no s'ha emocionat contemplant la immensitat del cel estrellat en una nit de lluna nova, preguntant-se on estan aquests estels tan llunyans o si encara existeixen? Aquests fenòmens que se succeeixen amb naturalitat en les nostres vides són bastant desconeguts per a nosaltres.

Des de petita he sentit curiositat per observar l'entorn en el qual vivim, i amb aquest treball pretenc estudiar l'estrella principal del nostre firmament. El Sol, en ser l'estel més proper a la Terra, ens permet estudiar-ne el seu funcionament i estructura, així com els efectes que produeixen en planetes propers. Com tots els estels, està en constant activitat i evolució. Des de la Terra, els canvis d'activitat solar passen bastant desapercebuts, però són molt importants. Per això, intentaré fer un estudi de l'activitat solar a partir de l'observació de les taques que apareixen en la seva superfície (les taques solars) i també estudiaré les principals característiques d'aquestes taques: la seva posició, evolució i grandària.

L'Agrupació Astronòmica de Girona (AAG)¹ em proporcionarà totes les dades i instruments que necessiti (vídeos del Sol, telescopi...), i m'orientarà a l'hora de capturar les imatges i tractar-les.

Els **objectius** del meu treball són:

- 1) Conèixer el funcionament i característiques d'un estel i, fonamentalment, del més proper a nosaltres, el Sol.
- 2) Aprendre com funciona un telescopi i el procés de captura i tractament d'imatges. Això implica capturar vídeos del Sol, traslladar-los a l'ordinador i processar-los amb els programes adequats per transformar-los en imatges d'alta resolució.
- 3) Calcular el nombre de Wolf (índex de l'activitat solar) durant l'any 2014 i part del 2015, representar-lo en un gràfic, veure la seva evolució i comparar-lo amb els càlculs fets per associacions astronòmiques internacionals.

¹Astrogirona, <http://www.astrogirona.com/>

- 4) Estudiar els canvis de posició (latitud i longitud) de les taques solars i fer un gràfic que les representi per detectar les zones del Sol més actives. A partir de l'evolució de la posició d'una taca intentaré calcular el període de rotació del Sol
- 5) Calcular les dimensions d'algunes taques solars per adonar-nos de la seva enorme grandària.

2. Metodologia

La metodologia utilitzada per assolir els objectius esmentats és la següent:

- Etapa 1: Estudi preliminar teòric, centrat en el Sol i les característiques dels estels, utilitzant diferents fonts bibliogràfiques (llibres, articles, pàgines web,...). Aquest estudi teòric és imprescindible per entendre el funcionament, estructura i composició del Sol i, més concretament, com es produeix l'activitat solar, així com característiques pròpies dels estels (classificació, cicle de vida...). Això em permetrà entendre millor els següents passos i el perquè d'ells.
- Etapa 2: L'AAG em va permetre utilitzar el seu material de l'observatori Can Roig (a Llagostera) per realitzar les observacions del Sol i m'ensenyaren com fer-ho. Aprendre a utilitzar un telescopi, capturar les imatges i passar-les a l'ordinador és una part important del treball. Amb una càmera adaptada al telescopi i connectada directament a l'ordinador es graven vídeos, els quals després vaig convertir a imatges estàtiques, aconseguint una millor qualitat que si fossin capturades directament del telescopi.
- Etapa 3: Una vegada obtingudes les imatges i orientades adequadament, vaig calcular el nombre de Wolf de cadascuna d'elles i vaig representar els resultats en un gràfic per veure la seva variació. Es tracta d'un càlcul bastant imprecís, ja que depèn de la qualitat de la imatge, i de les taques i els grups que formen i que veu l'observador; no obstant això és l'índex que millor reflecteix l'activitat solar i la seva evolució. Per verificar la fiabilitat dels resultats obtinguts, els vaig comparar amb els oficials de la NASA i diverses associacions internacionals.
- Etapa 4: Per a l'estudi de la posició de les taques solars vaig aplicar sobre les imatges unes plantilles que corregeixen la inclinació del Sol respecte a la Terra (diferent cada dia de l'any). Això em va permetre registrar la longitud i la latitud de totes les taques solars i així poder configurar un gràfic amb la seva posició. Estudiant el moviment d'una mateixa taca al llarg d'uns dies i utilitzant les fórmules del moviment circular uniforme (MCU), vaig calcular el període de rotació del Sol.
- Etapa 5: Amb un programa de tractament d'imatges vaig calcular la mida aparent d'algunes taques solars i les vaig convertir a quilòmetres. Al principi no era conscient que les taques solars eren tan grans, i en adonar-me d'això vaig decidir comparar-les amb la mida de la Terra.

3. Fonaments teòrics

3.1. *El Sol, el nostre estel*

El Sol es troba situat en un braç de la Via Làctia anomenat Orió, al supercúmulo denominat Local i al cúmulo del Grup Local, a 27.000 anys llum del centre de la galàxia.

És el responsable principal de l'existència de vida a la Terra, del clima, la situació i la composició de qualsevol planeta del Sistema Solar i també de nombrosos efectes a la Terra (tempestes electromagnètiques, aurores boreals...) i en altres planetes. Encara que no destacaria en un firmament observat des d'un altre punt de la Via Làctia, resulta indispensable per al Sistema Solar, format per vuit planetes, diversos planetes nans, varis milers de milions d'asteroides, nombrosos satèl·lits i milions de cometes, amb una grandària de 18 bilions de km (121 AU^2) des del Sol fins a l'heliopausa³.

El Sol constitueix el 99,8% de la massa del Sistema Solar, i a causa de la seva elevada força gravitatòria atreu tots els altres astres propers a ell, que orbiten al seu voltant, constituint el centre del Sistema Solar, el punt més fonamental del nostre món.

Es calcula, no obstant això, que en la Via Làctia hi ha aproximadament 200.000 milions d'estels i que existeixen milers de milions de galàxies, la qual cosa ens dona una idea de la immensitat de l'univers.

3.1.1. Característiques generals

El Sol és un estel de mida mitjana, del tipus G2 i classe V. Això significa que té un espectre groguenc, no és molt calent i està situat en la seqüència principal (vegeu annex 1).

Gràcies a l'espectroscopi, inventat per Robert Bunsen i Gustav Kirchhoff⁴, es coneix la seva composició: 70-74% d'hidrogen, 27-23% d'heli i 3% d'altres elements (conté 80 dels 90 elements naturals restants), gairebé tots ells en estat de plasma.

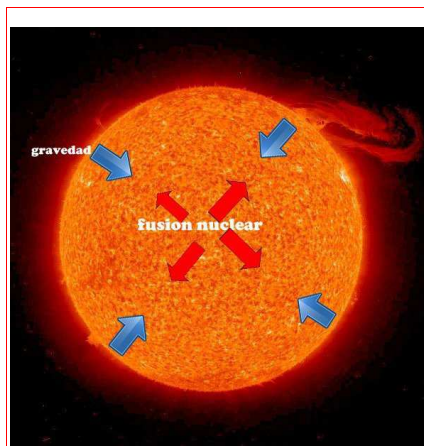
El Sol, i amb ell tot el Sistema Solar, té un moviment propi en relació a la galàxia, desplaçant-se a 20km/s (72.000km/h) cap a la constel·lació d'Hèrcules, a prop de l'estrella Vega.

²Una UA (unitat astronòmica) equival a 149.597.870.700m, o la distància mitjana entre la Terra i el Sol

³Frontera entre el Sistema Solar i l'espai interestel·lar, on el vent solar s'uneix al mitjà interestel·lar o al vent solar procedent d'altres estels, aproximadament a 120AU

⁴Robert Bunsen (1811 - 1899) i Gustav Kirchhoff (1824 - 1877), científics alemanys

En el Sol es produeix un equilibri, denominat **equilibri hidrostàtic**, entre la pressió del nucli i la força de la gravetat, ja que sinó explotaria. Es produeix quan la compressió (produïda per la força de la gravetat, cap a l'interior) s'equilibra amb les forces de pressió i radiació (resultat de l'energia tèrmica creada per fusió nuclear, que actuen cap a l'exterior).



Imatge 1: Equilibri hidrostàtic. Font: <http://www.taringa.net/post/ciencia-educacion/17815550/entra-te-explico-que-es-una-supernova.html>

A la següent taula es detallen les característiques generals del Sol, i es comparen amb les de la Terra:

Magnitud	Sol	Comparació Sol - Terra
Massa	$2 \cdot 10^{30}$ kg	x333.000 massa Terra
Volum	$1,41 \cdot 10^{18}$ m ³	x1.000.000 volum Terra
Ràdio	695.000 km	x109,3 radio Terra
Temperatura superficial	6.000 °C	14,04 °C a la Terra
Temperatura del nucli	15.000.000 °C	6.700 °C a la Terra
Rotació	25 dies equador / 30 dies pols	23h 56m 4s
Distància a la Terra	149.600.000 km	
Tipus espectral	G2 de la seqüència principal	
Magnitud aparent ⁵	-26,8	
Magnitud absoluta ⁶	4,8	

Taula 1. Principals magnituds del Sol i en comparació a la Terra

En els annexos es resumeixen altres característiques importants del Sol, interessants per entendre millor tot el que veurem a continuació: cicle de vida (annex 2) i estructura (annex 3).

3.1.2. Com es genera l'energia

El Sol desprèn radiació en totes les longituds d'ona, des de rajos gamma fins a ones de ràdio. Tot i així, nosaltres solament percebem directament la llum visible. Aquesta energia emergeix de la fotosfera i ens arriba a la Terra en 8 minuts i 19 segons, viatjant a la

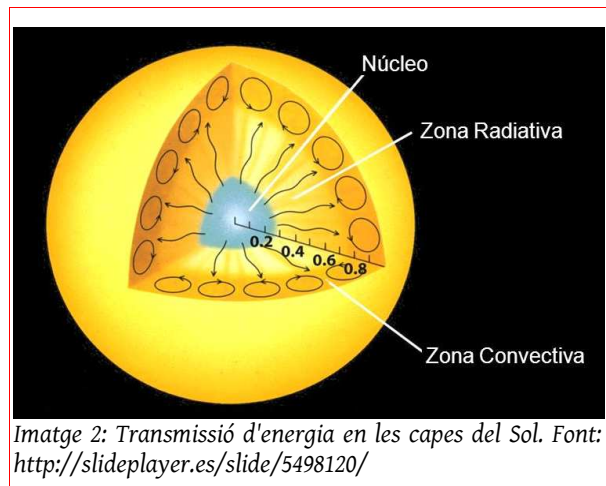
⁵Llunor d'un estel en el cel des de la Terra. Font: "Astronomia. RIDPATH, IAN"

⁶Llunor real d'un estel, a una distància de 32,6 anys llum. Font: "Astronomia. RIDPATH, IAN"

velocitat de la llum⁷. No obstant això, el procés mitjançant el qual s'obté aquesta energia és molt més llarg.

Es produeix en el nucli solar, el funcionament del qual va començar a conèixer-se a principis del segle XX, quan es va descobrir que els nuclis atòmics no són immutables. El procés va ser descrit el 1938 per Hans Bethe⁸ com a **cadena protó-protó**, i es basa en la **fusió nuclear**, utilitzant la famosa fórmula d'Einstein $E=mc^2$. Els àtoms d'hidrogen del nucli es fusionen convertint-se en heli i desprenen una gran quantitat d'energia lluminosa i calorífica (entre altres). Aquest procés requereix altíssimes temperatures i pressions, per tant no es pot realitzar en un laboratori ni en una central nuclear convencional. Vegeu més detalladament a l'annex 4.

L'energia generada ascendeix la zona radiant i la zona convectiva per emergir a la fotosfera. Aquest procés és molt lent ja que dura uns 10 milions d'anys. Aquesta energia travessa la **zona radiant** ascendint com a rajos X i rajos gamma, invisibles i molt lentament, recorrent distàncies curtes ja que són absorbits per àtoms d'hidrogen i emesos una altra vegada en una altra direcció. En refredar-se, aquesta energia es converteix en radiació ultraviolada i llum visible. La **zona convectiva**, és traspasada mitjançant convecció: els rajos calents que es troben a l'interior surten en columnes i bombollejant cap a la fotosfera, i els que es troben a l'exterior descendeixen ja que tenen una densitat més elevada.



Imatge 2: Transmissió d'energia en les capes del Sol. Font: <http://slideplayer.es/slide/5498120/>

Cada segon reaccionen 700 milions de tones d'hidrogen, combustible que també es va gastant, però encara que ja porti uns 4.600 milions d'anys emetent energia ho seguirà fent uns 5.000 milions d'anys més.

⁷Velocitat de la llum (c): 299.792.458 m/s

⁸Hans Albrecht Bethe, 1906 – 2005, físic alemany-nord-americà, guanyador del Premi Nobel de Física en 1967 pel seu descobriment de la nucleosíntesi estel·lar

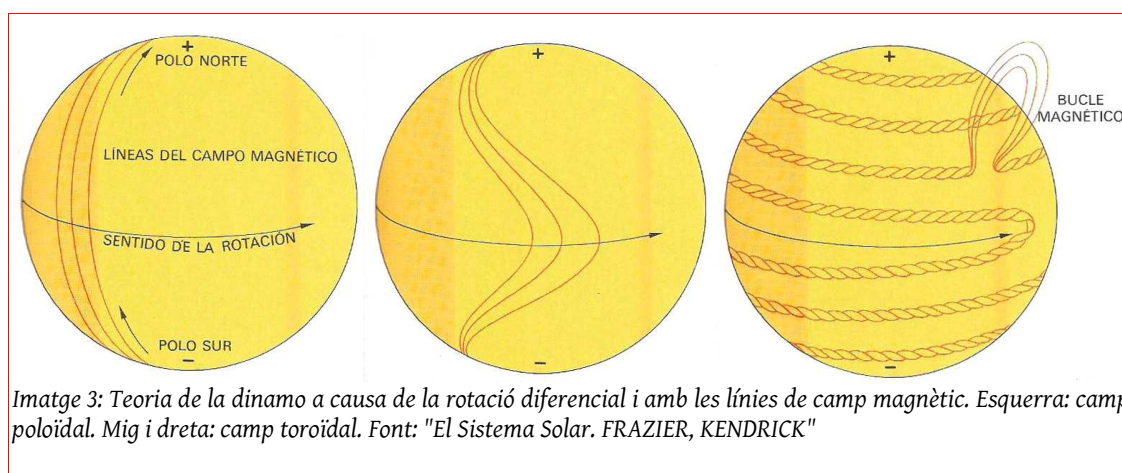
3.2. Activitat solar

3.2.1. Camp magnètic

Els elements que formen el Sol es troben en estat de plasma. A causa de la seva elevada ionització i a la rotació diferencial (l'equador gira amb major velocitat angular que les zones polars: períodes de 25 dies a l'equador i de 30 als pols) es genera un fort camp magnètic (una mitjana de 50 Gauss⁹, 100 vegades major que el de la Terra) que es pot visualitzar mitjançant línies de força magnètica¹⁰. Aquest camp magnètic és el responsable de l'activitat solar i de la forma en què s'expressa, sent el seu origen i funcionament àrees d'investigació actuals.

S'ha constatat que hi ha regions amb un camp magnètic superior que unes altres, i que la polaritat de cada hemisferi canvia cada 22 anys. Això s'explica a partir de la **teoria dinamo**:

A l'inici del cicle solar, el camp magnètic es troba en direcció a l'eix de rotació del Sol i en les capes més baixes de la capa convectiva (**camp poloïdal**), però el plasma fa que les línies del camp magnètic es trobin congelades en aquest i segueixin el seu moviment. A causa de la rotació diferencial, les línies de força magnètica s'allarguen com si fossin gomes elàstiques, distorsionant-se lateralment (**camp toroïdal**). Les línies estan més juntes, per tant es reforça la intensitat del camp creant tubs amb un camp més elevat que pugen a la fotosfera generant al seu torn les regions actives. Aquesta primera part del cicle dura uns 4 anys. En la segona, que dura 7 anys, el camp



Imatge 3: Teoria de la dinamo a causa de la rotació diferencial i amb les línies de camp magnètic. Esquerra: camp poloïdal. Mig i dreta: camp toroïdal. Font: "El Sistema Solar. FRAZIER, KENDRICK"

⁹Gauss (G): unitat de camp magnètic nomenada en honor del matemàtic i físic alemany Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855)

¹⁰La matèria ionitzada tendeix a circular al llarg de les línies de força magnètica, ja que en aquestes no experimenten resistència, però si intenta creuar-les es genera una força resultant que s'oposa al moviment de la partícula. Es diu que el camp està congelat en la matèria, ja que estan fortament acoblats. On l'energia cinètica de la matèria sigui major, les línies del camp magnètic seran distorsionades i seguiran el moviment de la matèria. Font: <http://achaya.cl/radioastronomia/125-manchas>

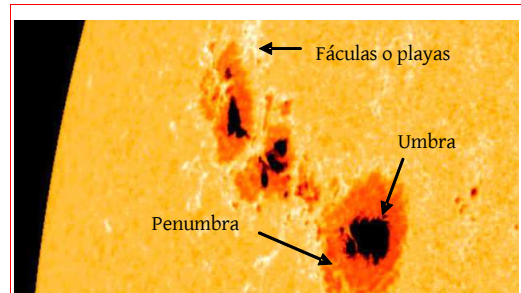
es dissipa, disminueix la seva activitat i torna a una nova configuració de camp poloïdal, però de polaritat contrària a l'anterior.

Aquesta teoria explica els cicles d'activitat solar. Quan les línies de força magnètica es troben més juntes tenim un màxim d'activitat solar, i quan es desenllacen tenim mínims. Això passa cada 11 anys, fet que es repeteix després amb la polaritat invertida, completant així el cicle magnètic de 22 anys.

El camp magnètic es confina en la fotosfera representant-se en zones concretes en forma de *taques solars*, *fàcules* i *porus*. En la cromosfera el camp també es manifesta en forma de *protuberàncies* i *fulguracions*. I la corona, també determinada pel camp magnètic, presenta zones lliures, anomenades forats coronals, per on el camp es propaga en l'espai en forma de *vent solar*.

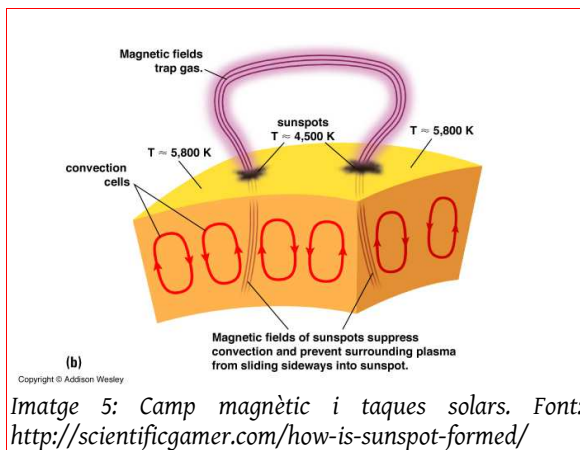
3.2.2. Taques solars

Els primers estudis de taques solars es situen a l'any 28 aC i van ser realitzats per astrònoms xinesos, els quals probablement observaven les taques solars més grans visibles des de la Terra. Les primeres observacions amb telescopi es van realitzar el 1610 per David Fabricius, Johannes Fabricius, Galileu Galilei i Schneider.



Imatge 4: Taques a la superfície solar. Font: <http://sohowww.nascom.nasa.gov/gallery/bestofsoho.html>

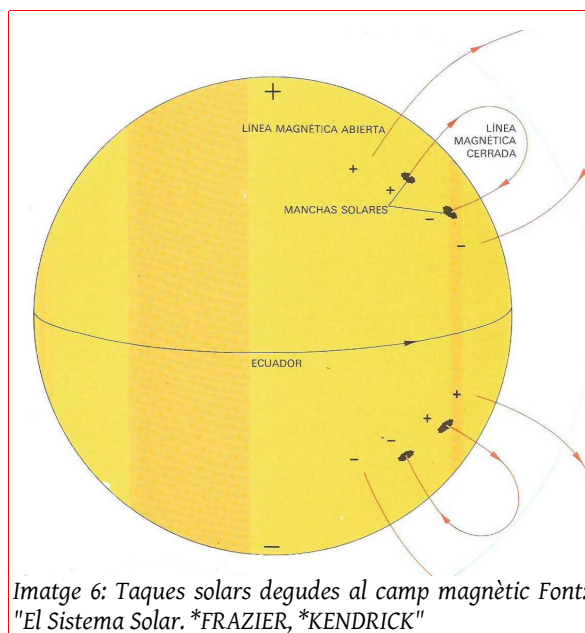
Es tracta de zones fosques projectades en la superfície, a causa de la seva més baixa temperatura (entre 2.000 i 4.000 °C) i són resultat d'intensos camps magnètics. Estan formades per una part central anomenada **ombra** (de color negre, a 2.000°C), on el camp magnètic és vertical, i al voltant una part anomenada **penombra** (4.000°C), una mica més clara i d'aspecte filamentós, ja que el camp està més inclinat. Els tubs de flux de camp magnètic que sobresurten cap a la fotosfera tanquen el pas als corrents de convecció de plasma, inhibint l'emissió d'energia que procedeix del nucli. Això provoca que aquestes zones es trobin a menys temperatura que el seu voltant i, com a conseqüència d'aquest contrast, que les veiem més fosques (encara que si poguéssim veure una taca de la mida de la Terra, aïllada i a la mateixa distància que el



Imatge 5: Camp magnètic i taques solars. Font: <http://scientificgamer.com/how-is-sunspot-formed/>

Sol, la veuríem 50 vegades més brillant que la Lluna plena). La seva forma i grandària són variables, encara que el seu diàmetre habitualment oscil·la entre 10.000 i 30.000 km, i solen durar uns dies, tot i que pot oscil·lar d'hores a mesos. Són relativament immòbils pel que fa a la fotosfera, participen de la rotació solar i són un clar índex de l'activitat solar (pot haver-n'hi més de 200 en el màxim i cap en el mínim).

Apareixen en grups (ja que el camp magnètic surt per un punt de la superfície i s'introdueix per un altre) normalment dominats per dues grans taques alineades en el sentit de la rotació solar: davantera o p (*preceeding*) i posterior o f (*following*). La polaritat és positiva en una part del grup i negativa en l'altra, i a través d'elles flueix el camp magnètic (comportant-se com a imants) formant arcs que provoquen fulguracions i protuberàncies. La polaritat dels grups és oposada en els dos hemisferis: si en un és positiva la part davantera, en l'autre és positiva la posterior, i s'inverteix cada 22 anys. Tendeix a invertir-se un any després del màxim de taques solars, perquè l'increment d'activitat és més ràpid que el descens (uns 4 anys d'augment i uns 7 de descens). Aquest canvi no sempre es produeix simultàniament (per exemple, el 1957 el pol negatiu magnètic es va convertir en pol positiu, però el pol positiu magnètic no es va convertir en negatiu fins a finals de 1958).



Imatge 6: Taques solars degudes al camp magnètic Font: "El Sistema Solar. *FRAZIER, *KENDRICK"

El nombre de taques i la seva posició segueix el cicle d'activitat solar i es coneix com a Llei de Spörer¹¹, representant-se gràficament en el diagrama de papallona segons les coordenades heliogràfiques (vegeu apartat 6). Apareixen en dues franges d'activitat, una al nord i l'altra al sud de l'equador. A l'inici del cicle, quan l'activitat solar augmenta, la latitud mitjana de les franges és de $\pm 30^\circ$. Mentre evoluciona el cicle, baixen la seva latitud i a la meitat del cicle se situen a $\pm 12^\circ$. Al final del cicle, les taques que apareixen es formen a $\pm 5^\circ$. Per tant les taques es produeixen sempre al voltant de l'equador, sense creuar-lo, i mai en els pols. Un cicle es pot superposar a l'anterior durant uns dos anys. Actualment estem en el cicle 24, que va començar el 2008 i el 2013 va experimentar el màxim d'activitat, estant actualment en fase de descens.

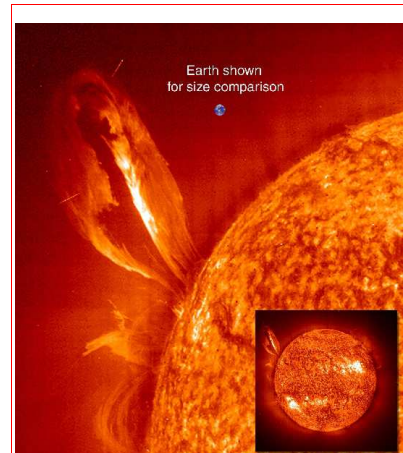
¹¹Friedrich Wilhelm Gustav Spörer, 1822 – 1895, astrònom alemany

Existeixen dos tipus especials de taques:

- Porus: són taques solars de petites dimensions (uns 1.000km), normalment puntuals i en les quals no es distingeix penombra.
- Fàcules o platges: són punts brillants que acompanyen les taques solars i són més calents que el seu voltant i de major lluminositat. Són zones amb una elevada probabilitat de contenir taques en un futur. Duren diverses setmanes.

3.2.3. Protuberàncies

Les protuberàncies són immenses flamarades en forma de llaç o d'arc que s'alcen des de la cromosfera i cauen de nou en aquesta. S'estenen en la corona solar, poden ser inactives (arcs brillants de llarga durada però sense efectes a la Terra, ja que s'estenen com a màxim 200.000km) o actives (arcs només amb hores de vida però amb efectes a la Terra i que circulen a milions de km/h). Les protuberàncies produeixen ones de xoc en la corona i es converteixen en protuberàncies coronals.



Imatge 7: Protuberància comparada amb la Terra. Font: <http://sohowww.nascom.nasa.gov/gallery/bestofsoho.html>

3.2.4. Fulguracions

A les regions magnèticament actives l'energia s'acumula en un bucle magnètic inestable, i al final explota llançant una quantitat de matèria a l'espai que viatja a 4,3 milions de km/h, i per tant poden afectar la Terra. Llança rajos X, rajos gamma i altres formes d'energia que es desplacen amb el vent solar i poden pertorbar el camp magnètic terrestre, causant tempestes geomagnètiques, amb alteracions a l'electricitat, el voltatge i el corrent elèctric. També s'intensifica, en latituds més baixes, l'aparició d'aurores boreals. Richard Christopher Carrington¹² va ser el primer astrònom a observar una fulguració.

3.2.5. Vent solar

El Sol emet constantment partícules que es mouen sobre les línies del camp magnètic i s'estenen a l'espai de manera molt poc densa (4-5 partícules/cm³). Es tracta d'un flux continu de partícules i és el responsable de diversos efectes a la Terra, com interferències en els sistemes de comunicacions o aurores boreals i australs (el camp magnètic del Sol es desplaça amb el vent solar i excita als àtoms de la part superior de l'atmosfera que emeten llum de determinats colors). Gràcies a l'estudi de taques solars amb satèl·lits com el SOHO¹³

¹²Richard Crhistopher Carringotn, 1826 – 1875, astrònom anglès, que el 1859 va observar per primera vegada una fulguració, i el 1863 va descobrir la rotació diferencial gràcies a les taques solars

i el SDO¹⁴, o centres com el Solar Influences Data Analysis Center de Bèlgica¹⁵ i el Space Weather Prediction Center¹⁶ es poden predir aquests efectes.

El meu treball se centrarà en les taques solars, ja que són les que millor indiquen el nivell d'activitat solar i, a més, és l'únic fenomen solar que puc estudiar amb els recursos de què dispenso.

¹³El “Solar and Heliospheric Observatory” és una sonda espacial llançada el 1995 per estudiar el Sol. És un projecte conjunt entre l'ESA (European Space Agency) i la NASA (National Aeronautics and Space Administration): <http://sohowww.nascom.nasa.gov/>

¹⁴El “Solar Dynamics Observatory” és un telescopi espacial llançat el 2010 com un projecte de la NASA: <http://sdo.gsfc.nasa.gov/>

¹⁵SIDC: <http://sidc.oma.be/>

¹⁶National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA): <http://www.swpc.noaa.gov/>

4. Captura i tractament de les imatges

4.1. Captura

De tots és conegut que el Sol no pot observar-se directament. Per fer-ho s'utilitzen uns telescopis i filtres amb unes característiques específiques. El telescopi que he fet servir és el **Coronado PST** (Personal Solar Telescope), un bon telescopi per a l'observació del Sol i del qual hi ha dues versions: H-alpha i **Ca-K**. He treballat amb el model Ca-K, propietat de la AAG. En l'annex 5 es descriuen les seves característiques.

L'associació em va instruir en el maneig del telescopi i em va proporcionar els vídeos del Sol que havien gravat durant tot l'any 2014 i part del 2015 (dos o tres vídeos per mes). El setembre de 2015 jo mateixa vaig gravar diversos vídeos per aprendre a utilitzar el telescopi i la càmera. Les observacions astronòmiques es poden veure afectades per diversos factors, i l'observació del Sol no és una excepció. Els dos primers dies que vaig acudir a l'observatori de Llagostera no vaig poder realitzar cap observació a causa de la presència de núvols i vent. El tercer dia vaig poder prendre vídeos, però la **càmera QhyCCD** que s'havia utilitzat en totes les observacions no funcionava, i vaig haver d'usar una càmera de menor resolució (Philips Toucam). El procés per captar la imatge, indistintament de la càmera utilitzada, és el següent:

En primer lloc s'enfoca el telescopi Coronado PST Ca-K cap al Sol. Amb l'ajuda d'una petita pantalla acoblada al telescopi es busca el millor enfocament possible, tenint en compte que el Sol quedi al centre de la imatge. Amb un comandament es pot girar lleugerament el telescopi col·locant la imatge del Sol just enmig de la pantalla. Una vegada enfocat, s'escull la resolució del vídeo per obtenir una imatge de màxima qualitat i es comença a gravar. Utilitzant la càmera Philips Toucam no disposem d'una imatge del Sol completa i s'aprecien menys detalls que amb la QhyCCD. Totes les imatges es visualitzen de color blau-violeta a causa del filtre que porta incorporat el telescopi.

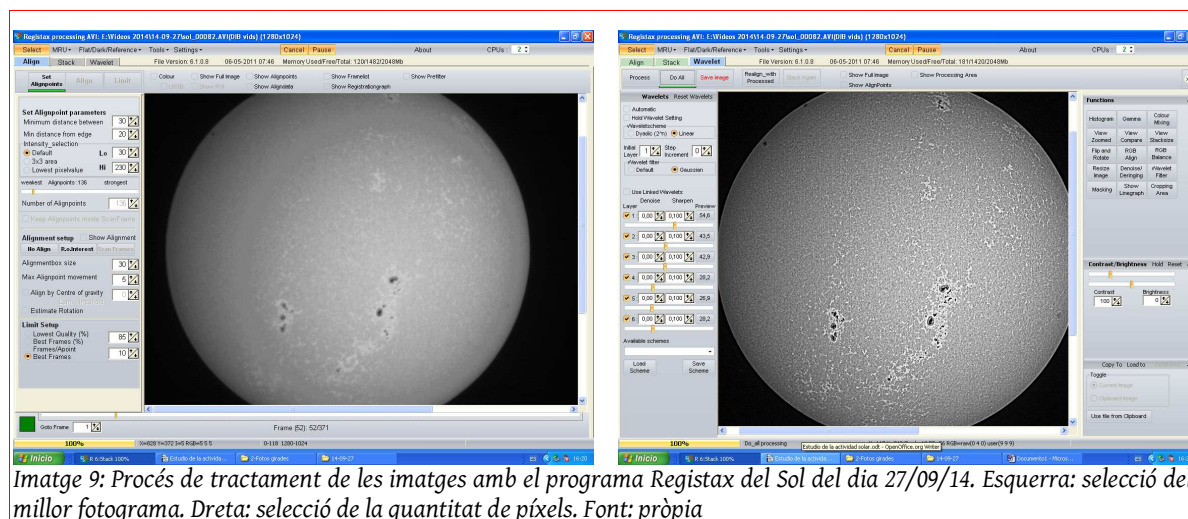


Imatge 8: El Sol a partir del vídeo que vaig prendre el 26/09/15 amb el telescopi Coronado PST Ca-K i la càmera Philips Toucam. Font: pròpia

4.2. Tractament

Cada dia es capturen diversos vídeos i després jo vaig escollir aquell en què es veia la imatge més nítida i amb menys turbulències (en alguns es veien passar núvols, avions i fins i tot l'estació espacial internacional). Així vaig seleccionar 38 vídeos (32 de 2014 i 6 de 2015).

Amb el programa **Registax 6**¹⁷, molt utilitzat en astronomia, he convertit aquests vídeos a imatges d'alta resolució per analitzar les taques solars. Aquest programa selecciona els millors fotogrames que componen els vídeos per obtenir una imatge més detallada i de millor resolució. En primer lloc, s'escull un dels millors fotogrames del vídeo (eren vídeos d'aproximadament un minut, és a dir uns 500 fotogrames) i el programa selecciona els fotogrames similars a l'escollit en un percentatge determinat de similitud (en aquest treball vaig utilitzar el 85%). En segon lloc es fusionen tots els fotogrames seleccionats i es conclou seleccionant la quantitat de píxels que desitgem a cada franja per millorar la resolució. A través d'aquest procediment s'aconsegueixen imatges de millor qualitat que si fossin capturades directament del telescopi.



Imatge 9: Procés de tractament de les imatges amb el programa Registax del Sol del dia 27/09/14. Esquerra: selecció del millor fotograma. Dreta: selecció de la quantitat de píxels. Font: pròpia

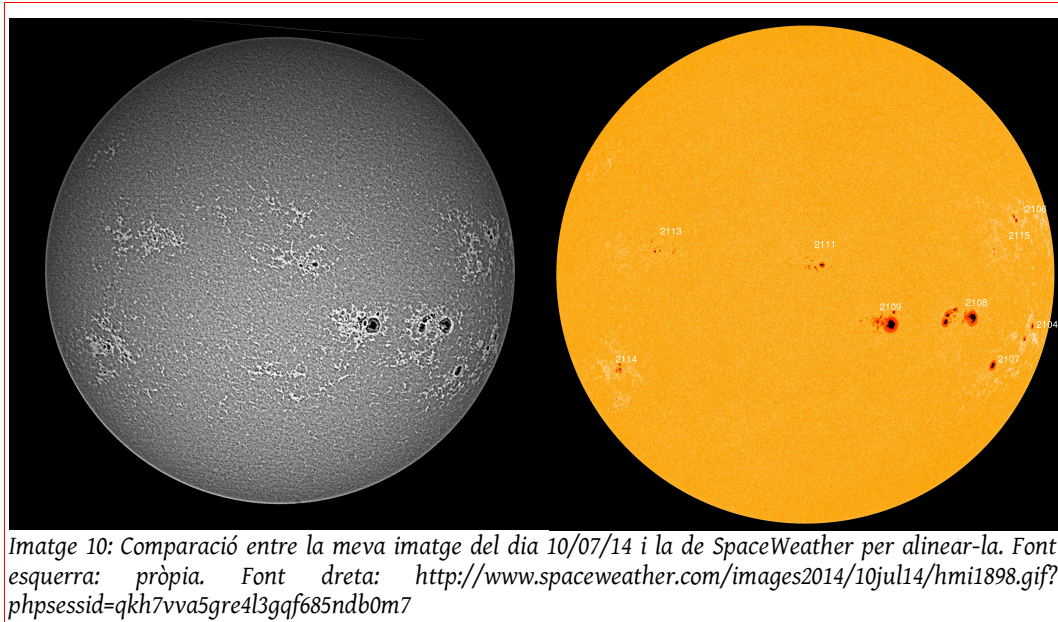
El Sol està inclinat respecte a la Terra i aquesta inclinació va variant. Degut a això, per conèixer la posició exacta de les taques solars vaig haver de girar les imatges corregint l'angle entre el nord del disc solar i l'eix de rotació. També vaig aplicar l'efecte mirall perquè quedessin tal com està consensuat astronòmicament (nord a dalt i est a l'esquerra). Per fer-ho he utilitzat com a model la pàgina web Space Weather¹⁸(SW), en la qual hi ha imatges del Sol diàries des de 2001. Utilitzant el **Photoshop**¹⁹ i fent servir de plantilla la

¹⁷De descàrrega gratuïta

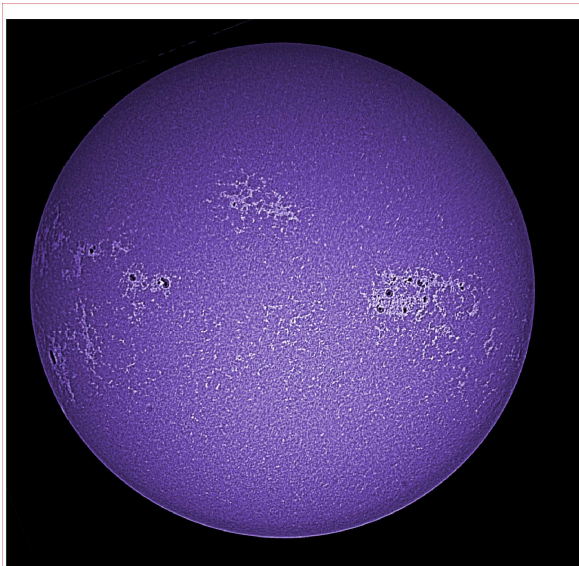
¹⁸És una web elaborada en col·laboració de la NASA, NOAA i altres associacions astronòmiques internacionals, i es considera que conté les dades més rigoroses obtingudes: spaceweather.com

¹⁹Obtenció pròpia

imatge de SW, vaig rotar la meua imatge fins a donar-li la mateixa orientació.



Durant tot aquest procés he treballat amb les imatges en blanc i negre ja que l'ull humà és poc sensible a la longitud d'ona del Ca-K. Però finalment he afegit el filtre Ca-K i el resultat han estat imatges de color blau-violeta amb molta resolució.



Imatge 11: Sol del dia 25/02/14



Imatge 12: Sol del dia 20/02/14 con plantilla incorporada

En les imatges es distingeixen les taques solars i els porus (regions fosques) i les platges o fàcules (regions clares i brillants), visibles gràcies al filtre Ca-K.

La resta d'imatges es poden consultar a la web de l'AAG: <http://www.astrogirona.com/projectes2/>

5. Càlcul de l'activitat solar. Nombre de Wolf

5.1. Nombre de Wolf

Les taques solars van ser estudiades per primera vegada amb telescopi al voltant de 1610, però va ser el 1843 quan l'alemany Schwabe²⁰ va definir la durada del cicle solar (10 anys) basant-se en el nombre de taques (vegeu 3.2.1). El 1848, l'astrònom suís Rudolf Wolf²¹ va determinar un valor més precís del cicle en 11 anys, i va publicar la primera fórmula per quantificar l'activitat solar. Se la coneix com a **nombre de Wolf o de Zurich** i és un índex calculat a partir del nombre de grups i de taques solars.

Amb aquest simple recompte es va confirmar el cicle de l'activitat solar i es va poder relacionar i estudiar aquesta de forma retrospectiva, des de l'època de Galileu Galilei²² (4 segles). Aquest índex no té en compte la superfície de les taques i, encara que Wolf pensava que la seva àrea era un millor indicador, va optar per un càlcul més senzill. La seva simplicitat fa que sigui el càlcul en astronomia que més ha perdurat al llarg del temps, encara que continuï sent discutit per la seva poca precisió. S'han intentat altres sistemes de càlcul (nombre Grup, índex de McIntosh, superfície total de les taques...), però els científics sempre han conclòs que el nombre de Wolf era el millor indicador. En tractar-se d'un recompte imprecís, un bon coneixement de la naturalesa i el comportament de les taques és de gran ajuda.

Abans de calcular el nombre de Wolf és important conèixer alguns aspectes:

- Grup de taques: conjunt de taques i porus propers entre sí que evolucionen de forma conjunta. La classificació de Zurich (vegeu annex 6) és de gran ajuda per al recompte.
- Focus: es denominen així les taques i els porus individuals.

El nombre de Wolf es calcula de la següent forma:

$$R = k \cdot (10g + f) \quad , \text{ on}$$

R és el nombre de Wolf o nombre relatiu de taques solars
K és un factor de correcció estadístic que varia en funció de la qualitat de l'observador (situació de l'observatori, condicions atmosfèriques i tipus de telescopi). És un valor que té sentit quan es desitgen agrupar diverses observacions, i ho regeix el centre coordinador. Jo no faré això, per tant el valor utilitzat és 1 (valor per defecte)

²⁰Samuel Heinrich Schwabe, astrònom alemany, 1789 – 1875, Dessau, Alemanya

²¹Johann Rudolf Wolf, astrònom suís, 1816 – 1893, Zurich, Suïssa

²²Galileu Galilei, astrònom, filòsof, enginyer, matemàtic i físic italià, 1564 – 1642, Trepitja – Arcetri, Itàlia

g és el nombre de grups de taques solars (un focus aïllat també es considera un grup). Aquest factor és el que introdueix major imprecisió, ja que hi ha gran ambigüitat en el concepte de grup, especialment quan són molt petits o estan en la mateixa regió activa. De vegades l'única forma de distingir dos grups és observar la seva evolució

f és el nombre de taques individuals, inclosos porus i ombres (focus). Si en la mateixa penombra hi ha més d'un nucli cadascun es comptarà com una taca diferent. No existeix un criteri estàndard però en general els porus de mida petita no són inclosos en el recompte

L'activitat mínima és 0 (en cas que no hi hagi cap focus), sent el següent valor possible 11 (un focus), i a partir d'aquí qualsevol valor consecutiu dels nombres naturals.

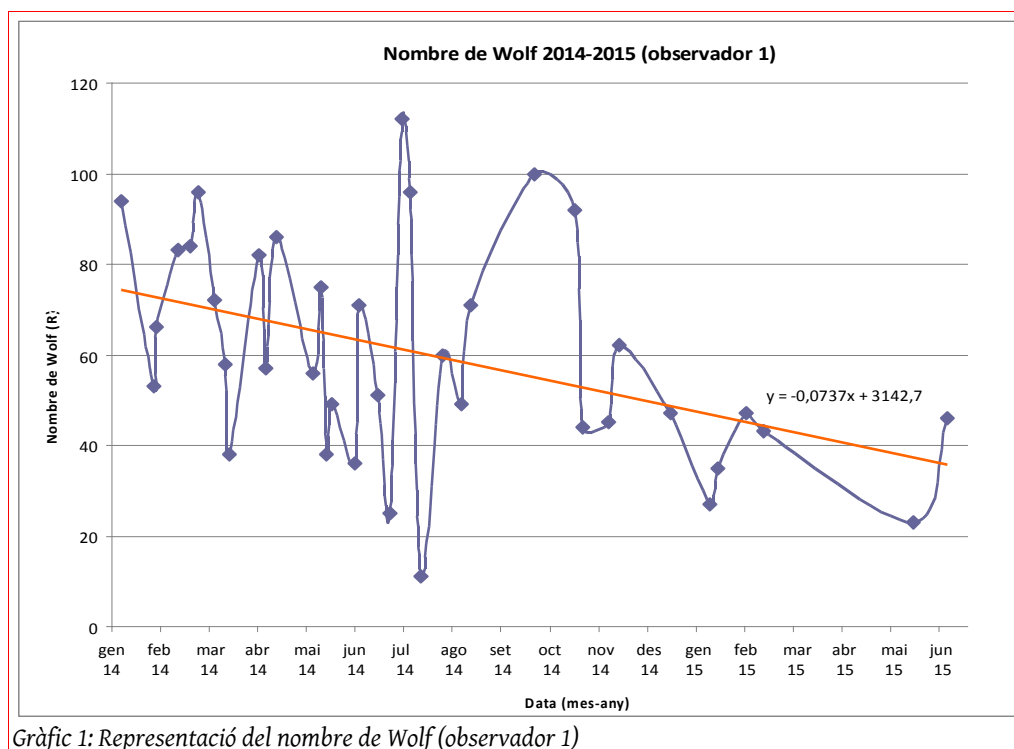
5.2. Càlcul del nombre de Wolf

De cada imatge generada he comptat tots els grups de taques i els focus. Això implica certa imprecisió, ja que diferents observadors probablement no comptarien el mateix nombre de taques en la mateixa imatge i per tant obtindrien resultats diferents (més endavant veurem com minimitzar això). Després els he anotat en un Excel en el qual he introduït la fórmula del nombre de Wolf, generant la taula que veiem a continuació de les 38 imatges de les quals dispo.

	k	g	f	R		k	g	f	R
07/01/2014	1	5	44	94	27/06/2014	1	2	5	25
28/01/2014	1	4	13	53	05/07/2014	1	9	22	112
29/01/2014	1	5	16	66	10/07/2014	1	7	26	96
12/02/2014	1	6	23	83	17/07/2014	1	1	1	11
20/02/2014	1	5	34	84	31/07/2014	1	4	20	60
25/02/2014	1	6	36	96	12/08/2014	1	4	9	49
07/03/2014	1	5	22	72	18/08/2014	1	6	11	71
14/03/2014	1	4	18	58	27/09/2014	1	6	40	100
17/03/2014	1	3	8	38	23/10/2014	1	6	32	92
05/04/2014	1	6	22	82	28/10/2014	1	3	14	44
09/04/2014	1	5	7	57	13/11/2014	1	3	15	45
16/04/2014	1	6	26	86	20/11/2014	1	5	12	62
09/05/2014	1	4	16	56	23/12/2014	1	4	7	47
14/05/2014	1	6	15	75	17/01/2015	1	2	7	27
18/05/2014	1	3	8	38	22/01/2015	1	3	5	35
21/05/2014	1	4	9	49	09/02/2015	1	4	7	47
05/06/2014	1	3	6	36	20/02/2015	1	3	13	43
07/06/2014	1	5	21	71	27/05/2015	1	2	3	23
19/06/2014	1	4	11	51	17/06/2015	1	3	16	46

Taula 2: Nombre de Wolf (observador 1)

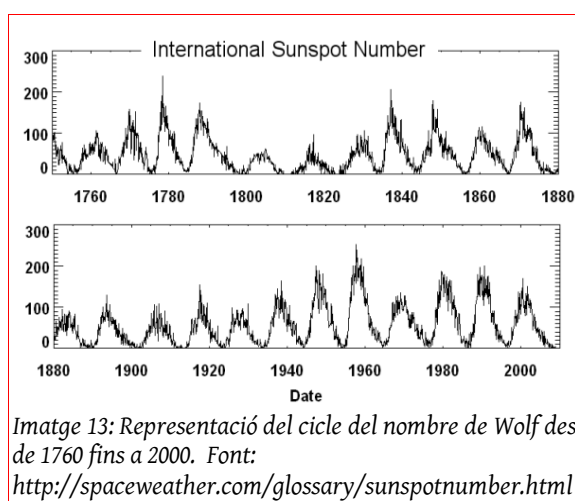
A continuació he dissenyat un gràfic amb els 38 resultats del nombre de Wolf per veure la seva variació al llarg de l'any 2014 i part del 2015. El gràfic obtingut és el següent:



Considerem que R no té incertesa, ja que l'error el calcularé en l'anàlisi estadística posterior.

Podem veure que el nombre de Wolf no segueix cap equació (recta, paràbola...), sinó que pot variar completament d'un dia a l'altre. Això és a causa que les taques solars tenen una durada curta (d'unes hores a uns dies) i les imatges són de setmanes diferents, per tant l'índex d'activitat solar pot haver variat completament. Veiem un màxim absolut el 5/07/14 i un mínim el 17/07/14. Per tant, en poc més d'una setmana passa de $R=112$ a $R=11$.

Tot i això, la línia de tendència ens marca clarament que l'activitat solar en general disminueix al llarg de 2014 i 2015, ja que és una recta decreixent (amb pendent negatiu). Això es correspon al que ja hem afirmat abans: que en aquest moment l'activitat solar està disminuint des del màxim registrat el 2013 fins al 2019, aproximadament, quan es calcula que arribarà al seu mínim.



Per millorar la precisió, vaig decidir registrar altres tres observadors, i amb les dades obtingudes de les seves observacions vaig realitzar la mateixa taula i el mateix gràfic (vegeu annex 7).

Seguidament vaig elaborar la taula i el gràfic amb les dades dels quatre observadors i vaig fer la mitjana de cada resultat. Així obtenim els millors resultats, ja que es compensen els possibles errors d'observació.

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{4}$$

També vaig calcular la desviació estàndard de cada resultat, la qual cosa ens dóna una idea de la incertesa de cada mesurament:

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2}$$

(N és el nombre d'observadors)

La incertesa de la mitjana serà:

$$\Delta \bar{R} = \frac{\sigma_R}{\sqrt{N}}$$

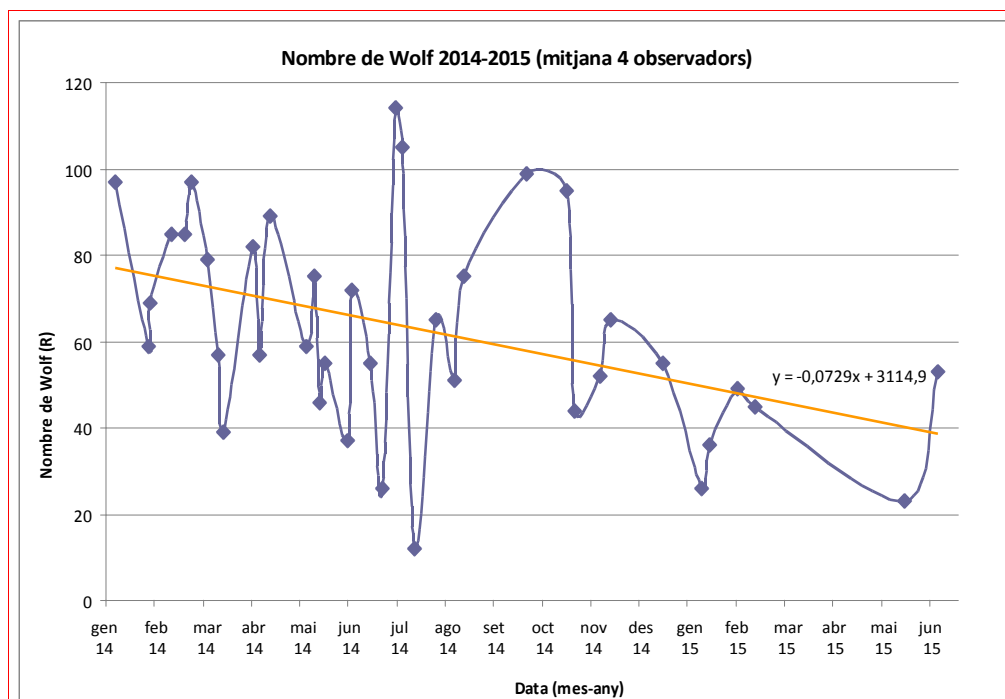
	Observ. 1	Observ. 2	Observ. 3	Observ. 4	Mitjana	Desviació
07/01/2014	94	98	97	99	97	1,08
28/01/2014	53	54	63	64	59	2,90
29/01/2014	66	70	67	72	69	1,38
12/02/2014	83	86	86	84	85	0,75
20/02/2014	84	84	87	83	85	0,87
25/02/2014	96	94	97	99	97	1,04
07/03/2014	72	74	84	85	79	3,35
14/03/2014	58	58	55	58	57	0,75
17/03/2014	38	40	39	40	39	0,48
05/04/2014	82	82	81	81	82	0,29
09/04/2014	57	57	58	57	57	0,25
16/04/2014	86	90	85	96	89	2,50
09/05/2014	56	68	55	57	59	3,03
14/05/2014	75	76	73	76	75	0,71
18/05/2014	38	49	48	48	46	2,59
21/05/2014	49	61	60	51	55	3,07
05/06/2014	36	38	36	37	37	0,48
07/06/2014	71	75	72	71	72	0,95
19/06/2014	51	53	51	65	55	3,37

	Observ. 1	Observ. 2	Observ. 3	Observ. 4	Mitjana	Desviació
27/06/2014	25	27	25	27	26	0,58
05/07/2014	112	116	114	115	114	0,85
10/07/2014	96	107	106	110	105	3,04
17/07/2014	11	11	13	13	12	0,58
31/07/2014	60	75	62	64	65	3,35
12/08/2014	49	51	51	53	51	0,82
18/08/2014	71	75	75	77	75	1,26
27/09/2014	100	104	91	99	99	2,72
23/10/2014	92	100	93	95	95	1,78
28/10/2014	44	44	43	43	44	0,29
13/11/2014	45	60	45	58	52	4,06
20/11/2014	62	64	62	72	65	2,38
23/12/2014	47	58	57	57	55	2,59
17/01/2015	27	26	25	26	26	0,41
22/01/2015	35	35	37	36	36	0,48
09/02/2015	47	48	50	49	49	0,65
20/02/2015	43	45	44	47	45	0,85
27/05/2015	23	23	23	23	23	0,00
17/06/2015	46	48	60	58	53	3,51

Taula 3: Nombre de Wolf (mitjana dels quatre observadors i desviació d'aquesta mitjana)

La desviació més elevada de totes és 4,06 el 13/11/14, però la majoria no arriben a 3. El dia 27/05/15 hi ha una desviació de 0, ja que els quatre observadors coincidim exactament en el nombre de Wolf. Encara que hi ha desviacions molt variades, la majoria són molt baixes, i la mitjana és bastant similar al valor de cada observador.

Aquest és el gràfic resultant:

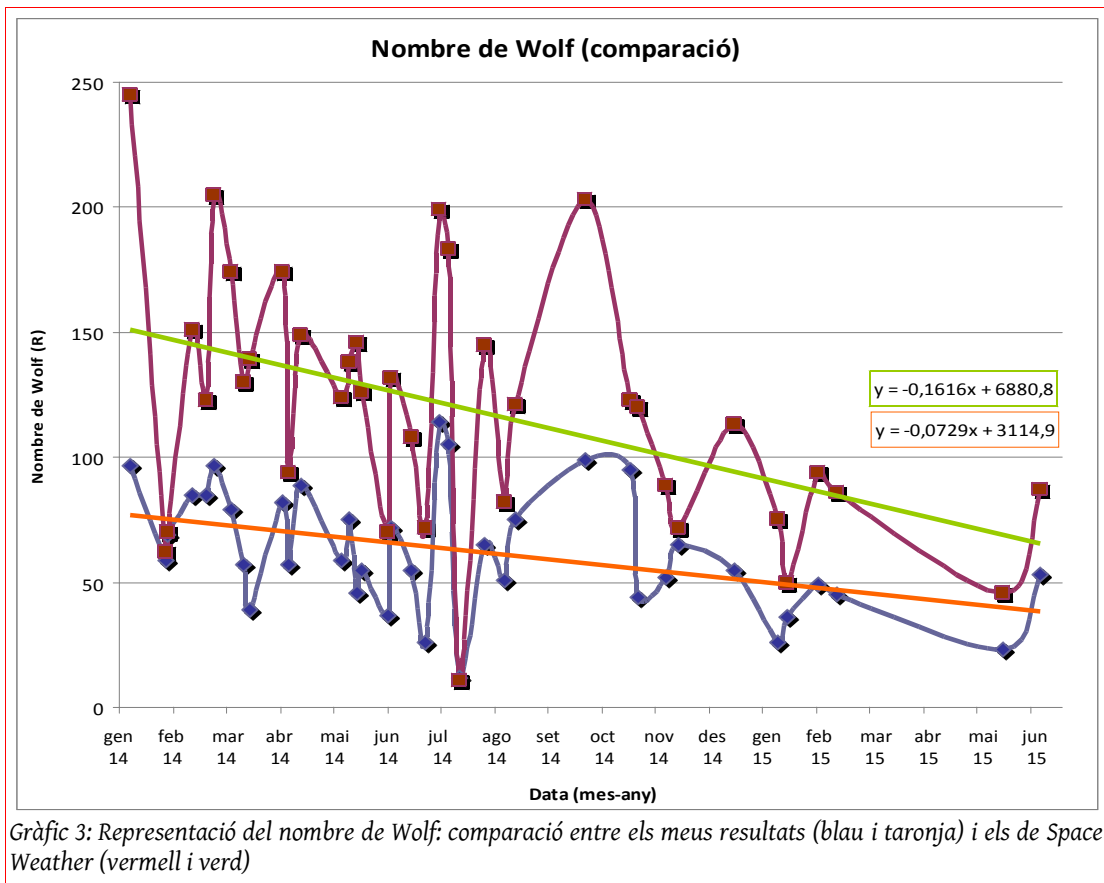


Gràfic 2: Representació del nombre de Wolf (mitjana dels quatre observadors)

En teoria aquest gràfic seria el més exacte, per tant utilitzaré aquestes últimes dades per comparar els meus resultats amb els “oficials” i calcular l'error.

5.3. Comparació amb els resultats de Space Weather

Com he dit abans, el nombre de Wolf pot variar depenent del telescopi utilitzat i fins i tot de l'observador. Per aquest motiu he decidit comparar els meus resultats amb els de Space Weather, portal especialitzat en meteorologia solar, que diàriament puja imatges del Sol realitzades amb el satèl·lit SDO/HMI i calcula el nombre de Wolf. Aquest és un dels dos nombres de Wolf reconeguts internacionalment com a oficials (jo ho consideraré el valor real):



Els dos gràfics són molt semblants, ja que segueixen la mateixa tendència i hi ha extrems absoluts en el mateix dia, però els resultats de SW són més alts que els meus a causa de la diferència de qualitat de les imatges, ja que les seves són obtingudes per satèl·lit i les meves amb telescopi. Significa, per tant, que les dades calculades i la seva evolució són correctes, encara que amb menys detall.

Seguidament calcularé la desviació dels meus resultats respecte als de SW. Per a això he fet una taula amb els nombres de Wolf de SW i els que he obtingut jo, i he calculat l'error absolut i el relatiu de cada valor i del pendent:

	Mitjana	Space Weather	Error absolut	Error relatiu	Error relatiu %		Mitjana	Space Weather	Error absolut	Error relatiu	Error relatiu %
07/01/2014	97	245	148	0,60	60,41	05/07/2014	114	199	85	0,43	42,71
28/01/2014	59	62	3	0,05	4,84	10/07/2014	105	183	78	0,43	42,62
29/01/2014	69	70	1	0,01	1,43	17/07/2014	12	11	1	0,09	9,09
12/02/2014	85	151	66	0,44	43,71	31/07/2014	65	145	80	0,55	55,17
20/02/2014	85	123	38	0,31	30,89	12/08/2014	51	82	31	0,38	37,80
25/02/2014	97	205	108	0,53	52,68	18/08/2014	75	121	46	0,38	38,02
07/03/2014	79	174	95	0,55	54,60	27/09/2014	99	203	104	0,51	51,23
14/03/2014	57	130	73	0,56	56,15	23/10/2014	95	123	28	0,23	22,76
17/03/2014	39	139	100	0,72	71,94	28/10/2014	44	120	76	0,63	63,33
05/04/2014	82	174	92	0,53	52,87	13/11/2014	52	89	37	0,42	41,57
09/04/2014	57	94	37	0,39	39,36	20/11/2014	65	72	7	0,10	9,72
16/04/2014	89	149	60	0,40	40,27	23/12/2014	55	113	58	0,51	51,33
09/05/2014	59	124	65	0,52	52,42	17/01/2015	26	75	49	0,65	65,33
14/05/2014	75	138	63	0,46	45,65	22/01/2015	36	50	14	0,28	28,00
18/05/2014	46	146	100	0,68	68,49	09/02/2015	49	94	45	0,48	47,87
21/05/2014	55	126	71	0,56	56,35	20/02/2015	45	86	41	0,48	47,67
05/06/2014	37	70	33	0,47	47,14	27/05/2015	23	46	23	0,50	50,00
07/06/2014	72	132	60	0,45	45,45	17/06/2015	53	87	34	0,39	39,08
19/06/2014	55	108	53	0,49	49,07	Mitjana			56,55	0,44	44,24
27/06/2014	26	72	46	0,64	63,89	Línia de tendència	-0,0729	-0,1616	0,0887	0,55	54,89

Taula 4: Càlcul d'errors entre els meus resultats i els de Space Weather

L'error absolut i l'error relatiu els he calculat aplicant la fórmula a l'Excel, però a continuació explicaré detalladament el procés del primer mesurament :

$$Error_{absolut}(\varepsilon_A) = |Valor_{experimental} - Valor_{real}| = |97 - 245| = 148$$

En aquest cas es dona la casualitat que l'error absolut és bastant elevat, però si observem la taula d'errors veiem que en general no és així, ja que l'error absolut mitjà és 56,55.

Per calcular l'error relatiu, en tant per cent, del primer mesurament:

$$Error_{relatiu}(\varepsilon_R) = \left| \frac{Valor_{experimental} - Valor_{real}}{Valor_{real}} \right| \cdot 100 = \frac{148}{245} \cdot 100 = 60,41\%$$

Per tant, en el primer mesurament hi ha un 60,41% d'error. En aquest cas és bastant gran, a causa que el seu valor real és molt elevat, i per tant és normal que hi hagi força error, però l'error relatiu mitjà és de 44,24%.

Finalment calculem també l'error del pendent de la línia de tendència:

$$\varepsilon_A = |-0,0729 - (-0,1616)| = 0,0887$$

I el seu error relatiu:

$$\varepsilon_R = \left| \frac{0,0887}{-0,1616} \right| \cdot 100 = 54,89\%$$

En la línia de tendència hi ha un 54,89% d'error relatiu, xifra bastant elevada, degut a la diferència de qualitat de les imatges. Però, malgrat obtenir bastant error en cada valor, les dues figures són molt similars, i podem intuir per tant que els resultats obtinguts ens indiquen amb bastant precisió la variació de l'activitat solar.

6. Posició de les taques solars

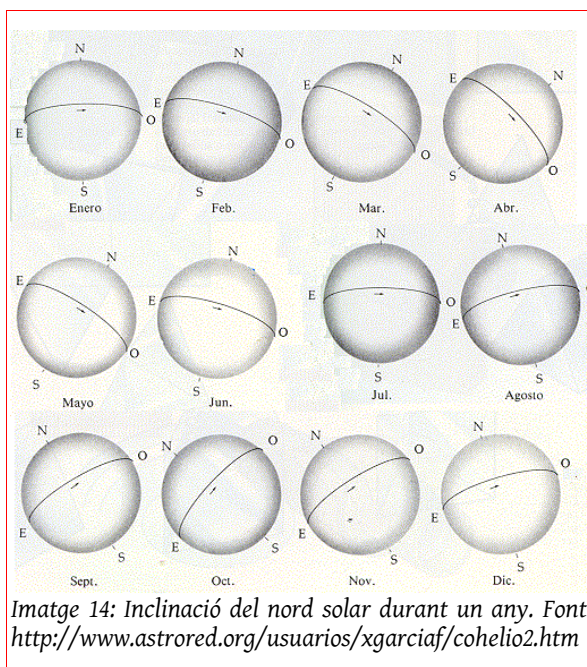
De la mateixa manera que el nombre de taques varia al llarg d'un cicle solar, la seva posició també segueix un patró.

Per determinar la posició d'un punt en la superfície solar s'utilitzen habitualment les **coordenades heliogràfiques**. Aquestes, igual que a la Terra, vénen determinades per dos paràmetres: la latitud (des de l'equador cap als pols, des de 0° a $\pm 90^\circ$ al llarg dels paral·lels) i la longitud (des del meridià estàndard²³, de 0° a $\pm 90^\circ$ a est i oest). No obstant, a diferència de la Terra, un punt de la superfície solar va canviant de coordenades a causa de quatre factors:

- La rotació solar: el Sol no és un cos sòlid, i per tant les coordenades heliogràfiques no roten amb ell, són fixes en la imatge
- La inclinació de l'eix de rotació de la Terra en funció del plànol de l'eclíptica apuntant a l'estrella polar ($23,4^\circ$)
- La inclinació de l'eix de rotació del Sol en funció del plànol de l'eclíptica apuntant cap a la constel·lació de Cefeu ($7,25^\circ$)
- Les diferents distàncies entre el Sol i la Terra a causa de l'òrbita el·líptica de la Terra

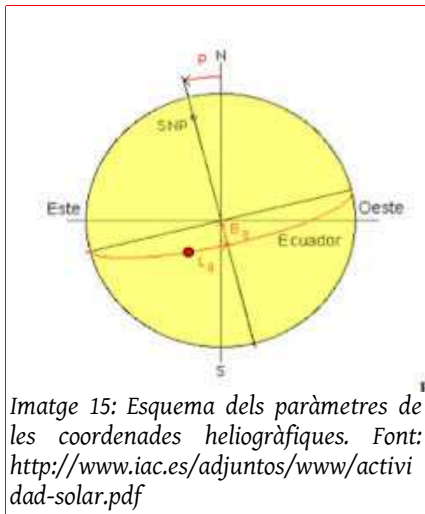
Si l'eix de rotació dels dos astres fos perpendicular al plànol de l'eclíptica, veuríem el Sol sense inclinació, però a causa de l'angle dels dos eixos de rotació, aquesta varia cada dia (imatge 14).

Disposem de plantilles per corregir aquesta inclinació i determinar les coordenades reals d'una taca. Amb això aconseguim homogeneïtzar les imatges que veiem del Sol en funció del dia de l'any en què estan preses. Aquestes plantilles depenen de la latitud heliogràfica del centre del disc solar del dia corresponent (B_0), que pot variar des de $-7,25^\circ$ fins a $+7,25^\circ$, i que reflecteix la



Imatge 14: Inclinació del nord solar durant un any. Font: <http://www.astrorred.org/usuarios/xgarciaf/cohelio2.htm>

²³Per conveni, el meridià que va creuar el centre del disc l'1 de gener de 1854 a les 12h, proposat per Richard Carrington



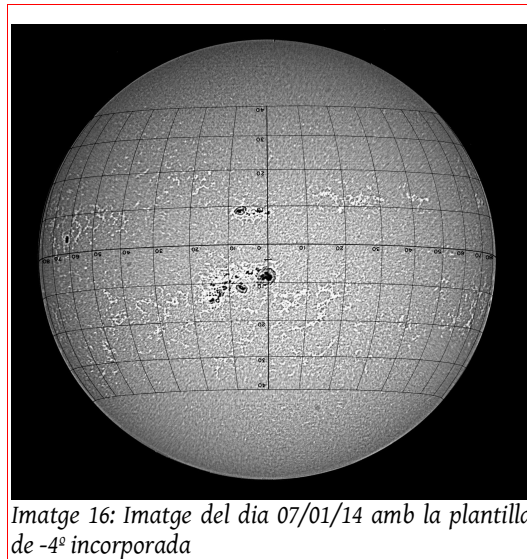
latitud heliogràfica de l'equador solar respecte a la imatge. Existeixen 15 plantilles diferents (des de -7° a $+7^\circ$) i per a cada dia s'escull la plantilla amb el B_0 més similar i s'aplica sobre les imatges que tenim del Sol.

El B_0 de cada imatge es calcula adoptant com a referència el dia 1/01/2011 i amb la següent fórmula:

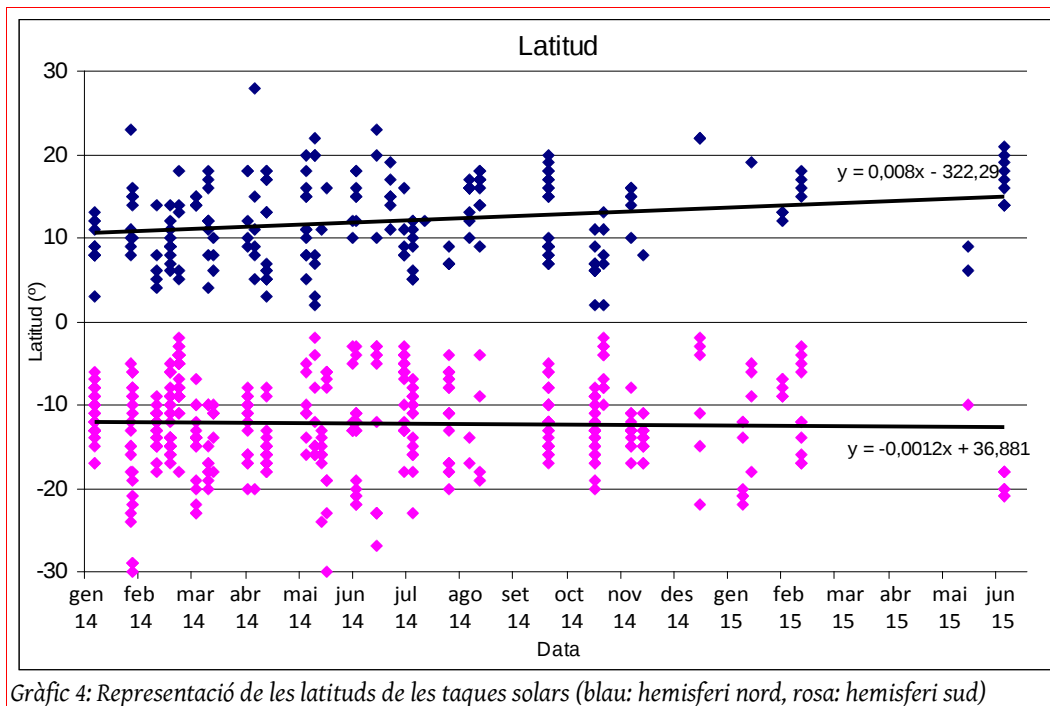
$$B_0 = -7,25 \cos\left(\frac{(\Delta \text{dies} - 64,25)360\pi}{365 \cdot 180}\right)$$

La màxima inclinació de l'equador del Sol respecte al disc solar és de $7,25^\circ$, i amb aquesta fórmula es relaciona la inclinació solar amb els dies que han transcorregut des de l'1/01/2011 per calcular la inclinació del dia en qüestió.

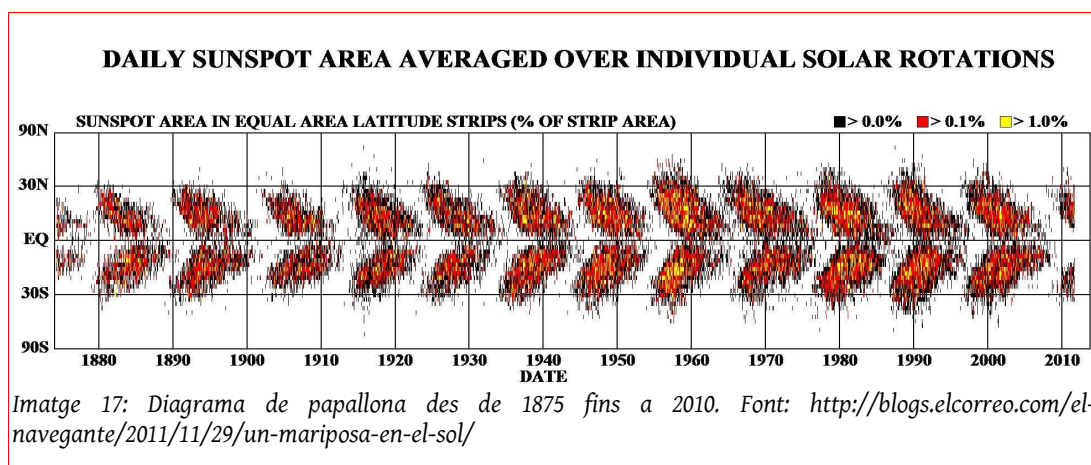
Incorporant aquesta fórmula a un Excel he calculat la plantilla corresponent als dies dels quals tinc imatges, i utilitzant el Photoshop les he aplicat sobre aquestes. En la web <http://www.astrogirona.com/projectes2/> es poden consultar les 38 imatges amb la plantilla corresponent:



Seguidament he anotat en un Excel la latitud i la longitud de les 668 taques detectades, obtenint el següent gràfic:

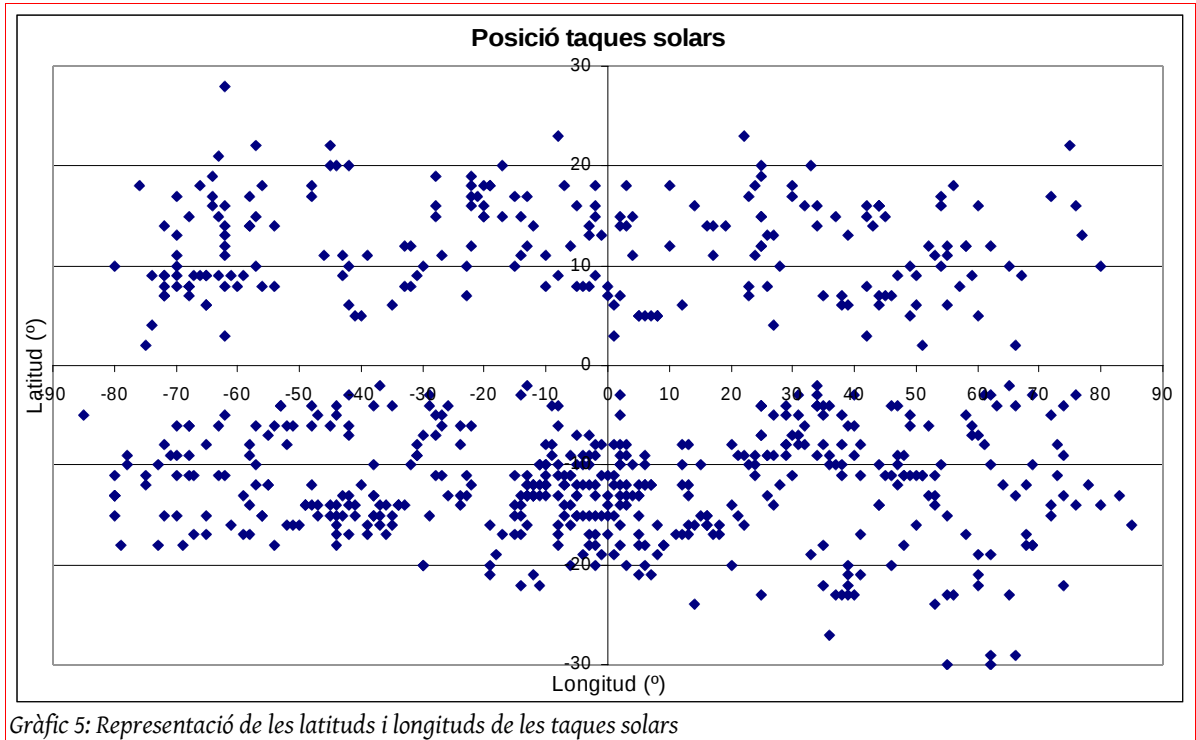


A mesura que avança el cicle solar les taques s'aproximen a l'equador, passant de 30°-40° al principi del cicle (2008) a 5°-10° al final del cicle, sense traspasar mai l'equador. Amb els resultats obtinguts no podria argumentar aquesta afirmació, ja que ambdues línies de tendència s'allunyen de l'equador (encara que les dues amb un pendent gairebé menyspreable). Això es deu al fet que no dispo de observacions de tots els dies, i a més el període d'observació és curt (1 any i mig), per tant és normal que no es vegi clarament. El que sí es pot afirmar visualitzant el gràfic és que les taques no arriben mai a l'equador ni superen els 40° N o S. També veiem que l'hemisferi sud és bastant més actiu que el nord (451 taques respecte 217). Si féssim el seguiment de la latitud durant diversos cicles, el resultat seria un **diagrama de papallona** com el següent:



Imatge 17: Diagrama de papallona des de 1875 fins a 2010. Font: <http://blogs.elcorreo.com/el-navegante/2011/11/29/un-mariposa-en-el-sol/>

Si representem totes les taques amb les dues coordenades obtenim el següent gràfic, en el qual veiem les zones del Sol més actives (sobre la base de les imatges analitzades):



Gràfic 5: Representació de les latituds i longituds de les taques solars

Si tinguéssim imatges de tots els dies de l'any tindríem una radiografia més exacta.

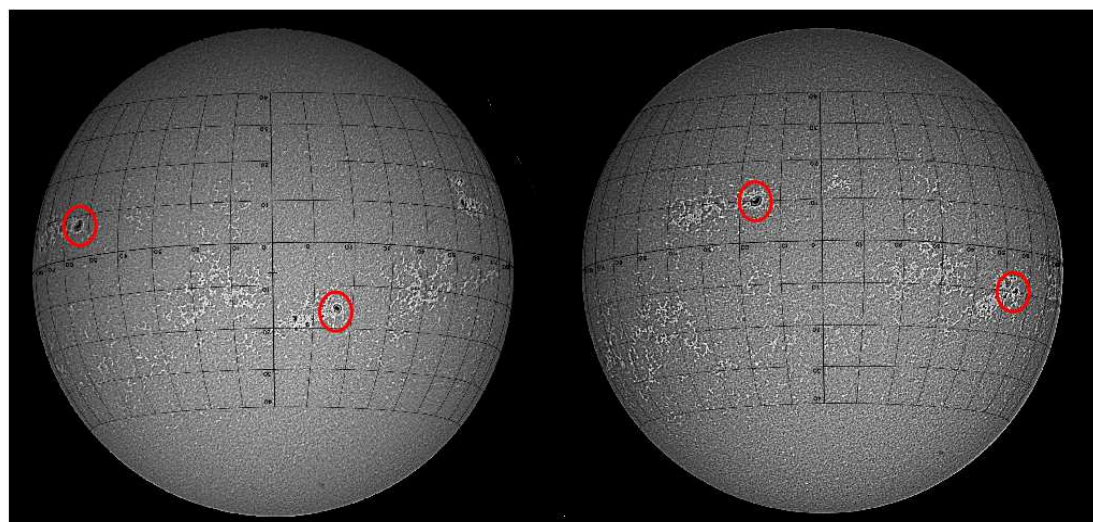
7. Càlcul de la rotació solar

Les taques es mouen d'acord amb la rotació del Sol, ja que normalment no tenen moviment propi. Això ens permet, a partir de l'anàlisi de la seva posició, poder calcular el període de rotació solar. Aquest mètode va ser utilitzat per Galileu Galilei el 1608 per deduir el temps que triga el Sol en rotar sobre el seu eix.

En la descripció teòrica, vam veure que el Sol no triga el mateix temps a donar la volta en totes les seves parts (uns 25 dies a l'equador i més de 30 en els pols²⁴). Tot i això, la gran majoria de les taques es troben molt a prop de l'equador (entre 5° i 30°), per tant, la seva rotació hauria de ser aproximadament de 25 dies.

La Terra gira al voltant del Sol en el mateix sentit que aquest gira sobre el seu eix. Com a conseqüència, quan un punt de la superfície del Sol hagi girat 360°, la Terra haurà avançat en la seva òrbita, per tant el Sol haurà de girar una mica més perquè nosaltres observem el període complet. Això fa que existeixin dos períodes diferents: el **període sinòdic** (S), que és l'aparent des de la Terra, i el **període sideral** (P), que és el real. El sinòdic és lleugerament superior al sideral. En primer lloc calcularé S i després P.

Per calcular la rotació del Sol s'ha de visualitzar l'evolució d'una mateixa taca, i per això utilitzaré dues imatges. Durant els dies 28/01/14 i 29/01/14 hi ha un grup de taques del qual s'observa la seva evolució, i això també passa entre el 14/03/14 i el 17/03/14. Escullo per al càlcul aquesta segona opció, ja que en haver transcorregut tres dies en comptes d'un hi haurà menys incertesa.



Imatge 18: Identificació d'una mateixa taca en les dues imatges. Esquerra: imatge del Sol del dia 14/03/14. Dreta: imatge del Sol del dia 17/03/14. Font: pròpia

²⁴Dada tabulada. Font: <http://www.iac.es/gabinete/difus/ciencia/solterra/2.htm>

Per calcular el període de rotació del Sol (T) necessito conèixer la seva velocitat angular (ω), així que aplicaré les fórmules del MCU²⁵:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

($\Delta\varphi$ és el desplaçament en graus de la taca)

Sabem que:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{360}{T}$$

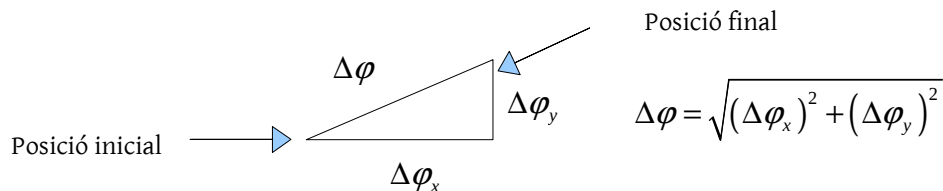
Iguallem les dues equacions:

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{360}{T}$$

i aïllem el període:

$$T = S = \frac{360 \cdot \Delta t}{\Delta\varphi}$$

Tot i això, $\Delta\varphi$ està format per la projecció de $\Delta\varphi$ en dos plànols (oxy i yoz): $\Delta\varphi_x$ i $\Delta\varphi_y$. Si considerem que els desplaçaments angulars són pràcticament lineals (en considerar Δt petit):



I finalment:

$$S = \frac{360 \cdot \Delta t}{\sqrt{(\Delta\varphi_x)^2 + (\Delta\varphi_y)^2}}$$

Calculem ara la seva incertesa, substituint al final per no perdre decimals:

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{\cancel{\Delta 360}}{\cancel{360}} + \frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta t} + \frac{\Delta(\Delta\varphi)}{\Delta\varphi}$$

²⁵MCU: Moviment circular uniforme

on:

$$\frac{\Delta(\Delta\varphi)}{\Delta\varphi} = \frac{\Delta((\Delta\varphi_x^2 + \Delta\varphi_y^2)^{1/2})}{(\Delta\varphi_x^2 + \Delta\varphi_y^2)^{1/2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta(\Delta\varphi_x^2 + \Delta\varphi_y^2)}{\Delta\varphi_x^2 + \Delta\varphi_y^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta(\Delta\varphi_x^2) + \Delta(\Delta\varphi_y^2)}{\Delta\varphi_x^2 + \Delta\varphi_y^2}$$

Calculem per separat $\Delta(\Delta\varphi_x^2)$. La component y serà anàloga:

$$\frac{\Delta(\Delta\varphi_x^2)}{\Delta\varphi_x^2} = 2 \cdot \frac{\Delta(\Delta\varphi_x)}{\Delta\varphi_x} \rightarrow \Delta(\Delta\varphi_x^2) = 2\Delta\varphi_x \Delta(\Delta\varphi_x)$$

Per tant, substituint:

$$\frac{\Delta(\Delta\varphi)}{\Delta\varphi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\Delta\varphi_x \Delta(\Delta\varphi_x) + 2\Delta\varphi_y \Delta(\Delta\varphi_y)}{\Delta\varphi_x^2 + \Delta\varphi_y^2} = \frac{\Delta\varphi_x \Delta(\Delta\varphi_x) + \Delta\varphi_y \Delta(\Delta\varphi_y)}{\Delta\varphi_x^2 + \Delta\varphi_y^2}$$

I finalment:

$$\Delta S = S \left(\frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta t} + \frac{\Delta\varphi_x \Delta(\Delta\varphi_x) + \Delta\varphi_y \Delta(\Delta\varphi_y)}{\Delta\varphi_x^2 + \Delta\varphi_y^2} \right)$$

CÀLCUL DE LA ROTACIÓ SOLAR 14/03/14 – 17/03/14. A continuació calcularé la rotació solar a partir d'aquestes dues imatges i amb la taca que millor visualitzo:

- Increment de posició respecte x: $\Delta\varphi_x = \varphi_{x_f} - \varphi_{x_0} = 55^\circ - 16^\circ = 39^\circ$

- Increment de posició respecte y: $\Delta\varphi_y = \varphi_{y_f} - \varphi_{y_0} = -9^\circ - (-16^\circ) = 7^\circ$

La incertesa de l'increment de posició respecte x i respecte y serà la mateixa (considerant la mínima mesura possible):

$$\Delta\Delta\varphi_x = \Delta\varphi_{x_f} + \Delta\varphi_{x_0} = 1^\circ + 1^\circ = 2^\circ$$

L'espai que ha recorregut és positiu ja que es mou d'esquerra a dreta i de baix cap amunt.

La primera imatge es va prendre el 14 de març a les 13:04 i la segona el 17 de març a les 13:00. Per tant, l'increment de temps serà de 2 dies, 23 hores i 56 minuts, la qual cosa equival a:

$$2 + \frac{23}{24} + \frac{56}{24 \cdot 60} = \frac{2880 + 1380 + 56}{1440} = \frac{4316}{1440} = \frac{1079}{360} \text{ dies}$$

Considero que la incertesa del temps és menyspreable ($\Delta t \rightarrow 0$) ja que està gravat per ordinador i la seva sensibilitat no és representativa en comparació a l'increment del temps entre els dos dies.

Així doncs, la rotació serà:

$$S = \frac{360 \cdot \Delta t}{\sqrt{(\Delta \phi_x)^2 + (\Delta \phi_y)^2}} = \frac{360^\circ \cdot \frac{1079}{360} \text{ dies}}{\left(\sqrt{39^2 + 7^2}\right)^\circ} = 27,23 \text{ dies}$$

I la seva incertesa serà:

$$\Delta S = 27,23 \left(\frac{39 \cdot 2 + 7 \cdot 2}{39^2 + 7^2} \right) = 1,60 \text{ dies}$$

$$S = (27,23 \pm 1,60) \text{ dies}$$

$$\frac{\Delta S}{S} \cdot 100 = \frac{1,60}{27,23} \cdot 100 = 5,88\%$$

$$S = 27,23 \text{ dies} \pm 6\%$$

Aquest període és el sinòdic (aparent), i atès que la Terra triga 365,25 dies a fer una volta al voltant del Sol, podem calcular el període sideral (real) amb la següent equació (vegeu a l'annex 8 la seva demostració):

$$P = \frac{S \cdot 365,25}{S + 365,25} = \frac{27,23 \cdot 365,25}{27,23 + 365,25} = 25,34 \text{ dies}$$

Consideraré que el període de rotació de la Terra al voltant del Sol no té incertesa ja que és una dada tabulada, per tant la incertesa de P solament dependrà de S:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta S}{S}$$

$$\Delta P = P \left(2 \cdot \frac{\Delta S}{S} \right) = 25,34 \left(2 \cdot \frac{1,60}{27,23} \right) = 2,98 \text{ dies}$$

$$P = (25,34 \pm 2,98) \text{ dies}$$

$$\frac{\Delta P}{P} \cdot 100 = \frac{2,98}{25,34} \cdot 100 = 11,76\%$$

$$P = 25,34 \text{ dies} \pm 12\%$$

Sabent que les taques es troben molt a prop de l'equador i que, per tant, la seva rotació és de 25 dies, calcularé l'error respecte al meu resultat:

$$\varepsilon_A = |25,34 - 25| = 0,34 \text{ dies}$$

$$\varepsilon_R = \left| \frac{0,34}{25} \right| \cdot 100 = 1,36\%$$

Veiem que l'error relatiu del meu resultat respecte al valor tabulat és de solament un 1,36%, per tant he obtingut un resultat molt exacte. A més, encara que la incertesa sigui considerable, no és extremadament gran (un 12%), per la qual cosa i tenint en compte les possibles fonts d'error, podem afirmar que és també un resultat bastant precís.

8. Càlcul de la mida de les taques solars

Alguns científics defensen altres mètodes per al càlcul de l'índex solar en lloc del nombre de Wolf. Un d'aquests seria calcular la superfície del Sol ocupada per les taques mitjançant la utilització d'uns programes especials (per exemple Sol o Iris).

Jo solament em proposo calcular l'àrea d'algunes taques per poder comparar les seves dimensions amb punts referencials coneguts. Atès que hi ha taques de totes les grandàries he escollit tres imatges i he calculat en cadascuna d'elles una taca gran, una mitjana i una petita, per després comparar-les.

Primer hem de calcular el **factor escala**. Aquest ens indica els quilòmetres que equivalen a un centímetre de la imatge, mitjançant el radi real del Sol i el radi aparent de cada imatge. Es calcula de la següent manera:

$$\text{Factor escala} (f) = \frac{\text{radi real}(\text{Sol})(\text{km})}{\text{radi aparent}(\text{imatge})(\text{cm})}$$

El radi aparent depèn de la imatge, ja que no totes tenen exactament la mateixa mida, i el calculo amb el Photoshop (opció regla). Prenent com a exemple la imatge del 07/01/2014, el factor escala és:

$$f = \frac{695.000\text{km}}{25,86\text{cm}}$$

Ho deixem en forma de fracció per no perdre decimals. La seva incertesa serà:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\cancel{\Delta R_{\text{real}}}}{\cancel{R_{\text{real}}}} + \frac{\Delta R_{\text{aparent}}}{R_{\text{aparent}}} = \frac{0,02}{25,86}$$

Considerem que el radi real no té incertesa perquè és una dada tabulada, i la incertesa del radi aparent considero que és $\pm 0,02\text{cm}$ perquè el Photoshop realitza una resta per calcular-lo i la seva sensibilitat és $0,01\text{cm}$ (aquesta incertesa serà la mateixa per al diàmetre aparent de les taques).

Més endavant, per calcular la incertesa del diàmetre real no necessitaré Δf sinó $\frac{\Delta f}{f}$. Per tant ho deixo tal com ho he expressat abans.

Per calcular el diàmetre real de la primera taca (A1), utilitzaré la següent fórmula que es pot deduir a partir de factors de conversió:

$$d_{\text{real}(\text{km})} = d_{\text{aparent}(\text{cm})} \cdot f_{(\text{km}\cdot\text{cm}^{-1})}$$

$$d_{real1} = 2,14 \cancel{cm} \cdot \frac{695.000km}{25,86 \cancel{cm}} = 57.514km = 5,75 \cdot 10^4 km$$

Com veiem aquesta taca té unes dimensions molt grans (4,5 vegades el diàmetre de la Terra), i pertany a un grup anomenat 1944. Durant les primeres setmanes de gener, aquest grup va provocar, entre altres fenòmens, aurores boreals, interferències i tempestes geomagnètiques a la Terra.

I finalment, la incertesa absoluta del diàmetre d'una taca serà:

$$\frac{\Delta d_{real}}{d_{real}} = \frac{\Delta d_{aparent}}{d_{aparent}} + \frac{\Delta f}{f}$$

$$\Delta d_{real} = d_{real} \left(\frac{\Delta d_{aparent}}{d_{aparent}} + \frac{\Delta f}{f} \right)$$

Concretament de la taca A1 d'aquesta imatge:

$$\Delta d_{real1} = 5,75 \cdot 10^4 \left(\frac{0,02}{2,14} + \frac{0,02}{25,86} \right) = 581,8km \rightarrow 5,82 \cdot 10^2 km$$

$$d_{real1} = (5,75 \pm 0,06) 10^4 km$$

I expressat amb la incertesa relativa:

$$d_{real1} = 5,75 \cdot 10^4 km \pm 1\%$$

És una incertesa molt petita, ja que he mesurat les distàncies amb el Photoshop i la seva exactitud és més elevada que manualment. Tot i això, no puc afirmar que el resultat es trobi dins del valor real, ja que no he trobat aquesta dada tabulada.

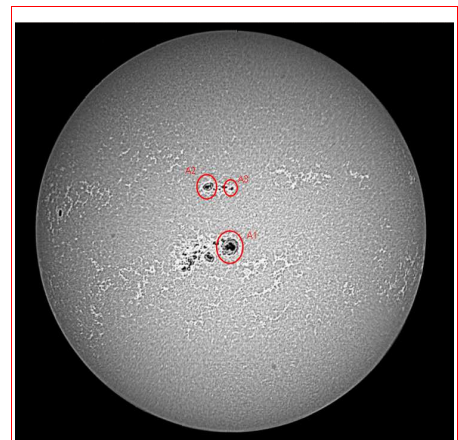
A la següent taula veiem el càlcul de tres taques de cadascuna de les tres imatges escollides, amb les seves incerteses:

Imatge	Radi aparent (cm)	Radi real (km)	Factor escala	Taca	Diàmetre aparent (cm)	Diàmetre real (km)		Incertesa absoluta (km)	Incertesa relativa (%)
07/01/2014	25,86	695.000	$\frac{695000}{25,86}$	A1	2,14	57.514	$5,75 \cdot 10^4$	$5,82 \cdot 10^2$	1,01%
				A2	1,28	34.401	$3,44 \cdot 10^4$	$5,64 \cdot 10^2$	1,64%
				A3	0,44	11.825	$1,18 \cdot 10^4$	$5,47 \cdot 10^2$	4,62%
10/07/2014	25,09	695.000	$\frac{695000}{25,09}$	B1	1,65	45.705	$4,57 \cdot 10^4$	$5,90 \cdot 10^2$	1,29%
				B2	1,32	36.564	$3,66 \cdot 10^4$	$5,83 \cdot 10^2$	1,59%
				B3	0,48	13.296	$1,33 \cdot 10^4$	$5,65 \cdot 10^2$	4,25%
23/10/2014	25,61	695.000	$\frac{695000}{25,61}$	C1	2,02	54.818	$5,48 \cdot 10^4$	$5,86 \cdot 10^2$	1,07%
				C2	0,74	20.082	$2,01 \cdot 10^4$	$5,58 \cdot 10^2$	2,78%
				C3	0,47	12.755	$1,28 \cdot 10^4$	$5,53 \cdot 10^2$	4,33%

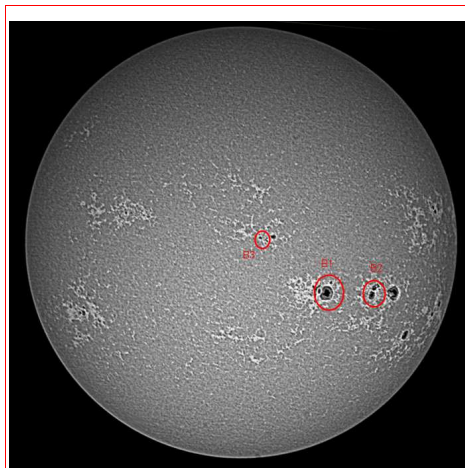
Taula 5: Mesurament taques solars

Tenint en compte que el diàmetre mitjà de la Terra és de 12.742 km, veiem que la taca A1 és 4,5 vegades més gran que la Terra, la C1 4,3 vegades i la B1 3,5 vegades. Les taques A2 i B2 són gairebé 3 vegades la Terra, i la C2 1,6 vegades. Les taques A3, B3 i C3 són aproximadament de la mateixa grandària que la Terra.

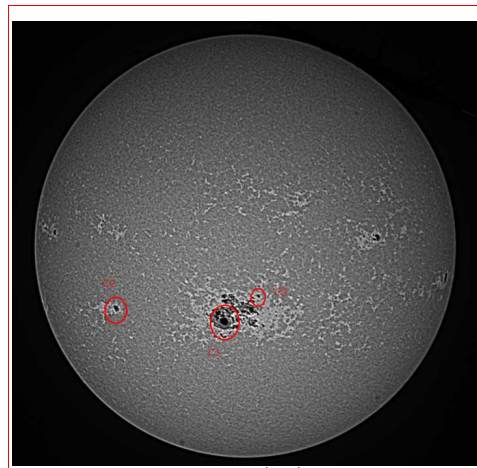
Les incerteses relatives són totes molt petites (entre 1% i 5%), i com més petita és la taca, major incertesa relativa té, ja que la mateixa incertesa (0,02) es divideix per un valor més petit.



Imatge 19: Sol del dia 07/01/14 amb les taques marcades de les quals he calculat les mides. Font: pròpia



Imatge 20: Sol del dia 10/07/14 amb les taques marcades de les quals he calculat les mides. Font: pròpia



Imatge 21: Sol del dia 23/10/14 amb les taques marcades de les quals he calculat les mides. Font: pròpia

9. Conclusions

Aquest treball m'ha permès introduir-me en conceptes d'astronomia totalment desconeguts per a mi, m'ha despertat un gran interès personal per aquest univers tan grandios i enigmàtic, i m'ha fet valorar molt més l'esforç realitzat pels investigadors anònims que amb el seu treball diari ens ajuden a entendre una mica més el nostre entorn.

He pogut comprovar com l'ús de noves tecnologies, aplicades i complementades pel treball metòdic de l'investigador, faciliten l'obtenció de dades que permeten l'estudi de molts fenòmens i formacions estel·lars amb més facilitat; fet que em porta a augmentar l'admiració que sento per aquelles persones que es dedicaven a la investigació antigament, sense aquests mitjans, i que malgrat això van establir les bases de l'astronomia com a ciència moderna.

He pres consciència real de l'insignificants que som comparats amb la immensitat de l'Univers i que com més aprens sobre ell més desconegut resulta. M'he adonat de com canviants són les teories sobre el Sol i del difícil que és realitzar comprovacions sobre les mateixes. He après a utilitzar un telescopi, a tractar les imatges obtingudes mitjançant programes específics i a millorar-les amb tècniques de procés d'imatges, i encara que podia haver utilitzat imatges del Sol captades directament de Space Weather, el fet d'experimentar personalment cada pas realitzat m'ha permès comprendre i resoldre les dificultats amb les quals et pots trobar en un treball de recerca.

Afrontar les adversitats que m'han limitat algunes vegades el treball que havia programat i superar els obstacles buscant alternatives factibles, m'ha permès experimentar la importància de ser persistent i evitar el descoratjament per avançar en els projectes. Els factors meteorològics (vent, núvols...) i problemes tècnics (avaries...), factors fora del meu control, han estat alguns dels obstacles que vaig haver d'abordar i que al·lentiren el meu estudi.

En relació a les conclusions referents als resultats dels càlculs efectuats destacaria:

- Mitjançant el càlcul del nombre de Wolf he comprovat que efectivament el cicle de l'activitat solar està disminuint en l'actualitat. Realitzar la mitjana dels mesuraments dels quatre observadors m'ha servit per disminuir l'error en el moment de comparar els resultats amb els de Space Weather (un 44% en la mitjana dels resultats i un 55% en el pendent de la línia de tendència), atribuint l'error bàsicament a la diferència de qualitat de les imatges. No obstant això, el gràfic d'ambdues fonts segueix un patró molt similar, motiu pel qual penso que he complert el meu objectiu amb uns bons resultats.

- De l'estudi de la posició de les taques solars es corrobora part de la informació teòrica que havia recollit: les taques no es troben mai ni a l'equador ni a latituds superiors a 40° . En canvi no he pogut reproduir el diagrama de papallona que, com el nombre de Wolf, ens podria servir per indicar en quina part del cicle ens trobem. Possibles fonts d'error en la localització de les taques serien:
 - Pot ser que en el moment de girar les imatges en comparació a les de Space Weather no ho fes amb la suficient exactitud
 - Al sobreposar la plantilla a la imatge també puc haver comès un petit error de precisió, en part degut al fet que el càlcul del B_0 no dóna un nombre exacte (per exemple un resultat era $-5,46^\circ$) i per tant es trobaria entre dues plantilles diferents.
 - Indiscutiblement existeix l'error humà a l'hora de determinar la posició de les taques, i encara que programes informàtics haguessin reduït aquest error estic molt satisfeta dels meus resultats.
- A mesura que adquiria més coneixements sobre l'estructura solar i el sistema solar, vaig confirmar que el càlcul sobre la rotació del sol no era complicat i he obtingut un resultat molt exacte, amb solament un 1,36% d'error. A més, amb un rang d'incertesa bastant petit (12%), el valor real es troba dins dels meus resultats. Aquesta incertesa no es corregiria utilitzant imatges de millor qualitat, únicament podria reduir-se calculant la posició mitjançant un programa informàtic.
- El càlcul de la superfície de les taques solars era un altre repte per a mi, ja que no podia imaginar la seva grandària en relació a referències conegudes. El resultat obtingut, amb menys d'un 5% d'incertesa, no he pogut comparar-lo amb el valor real, ja que no he trobat dades tabulades d'aquestes taques. La meua sorpresa va ser constatar que les mides d'algunes de les taques seleccionades tenen un diàmetre fins a quatre vegades superior al de la Terra. De totes maneres sóc conscient que hi ha variables que podrien influir en el càlcul, com la curvatura del Sol i l'angle de visió des de la Terra. Per evitar-les vaig escollir calcular la superfície de taques situades prop del centre del disc solar.

De les reflexions exposades anteriorment puc afirmar que els resultats obtinguts satisfan completament els objectius que em vaig plantejar a l'inici de l'estudi.

A mesura que avançava en el càlcul i en el tractament de les imatges, em preguntava sobre altres aspectes a investigar, que podrien ser origen d'altres treballs: estudi dels efectes del camp magnètic sobre la Terra, possibles efectes de l'activitat solar sobre el canvi climàtic...

La investigació científica està en constant evolució i els treballs científics, per senzills que semblin, no podem donar-los mai per acabats. Per aquest motiu m'honora que l'AAG hagi decidit incorporar el meu treball a la seva pàgina web (apartat *Recerca*) formant part del projecte StarGraph que pensen desenvolupar els propers mesos. Això permetrà la continuïtat del treball i l'ampliació de la recollida de dades de l'activitat solar per poder configurar un estudi a més llarg termini i, per tant, més detallat i amb menys error.

Contribuir d'aquesta manera a donar dinamisme al treball em satisfà personalment.

10. Bibliografia

10.1. Pàgines web

TRONCOSO, Orlando. Asociación Chilena de Astronomía y Astronáutica. *Manchas Solares*: <http://achaya.cl/radioastronomia/125-manchas> [consulta de 21 de setembre de 2015]

VENTANAS AL UNIVERSO. Asociación Nacional de Maestros de Ciencias de la Tierra. *Sol*: <http://www.windows2universe.org/sun/atmosphere/sunspots.html&lang=sp> [consulta de 25 d'agost de 2015]

CURIOSEANDO. ¿Qué son las manchas solares?: <https://curiosoando.com/que-son-las-manchas-solares> [consulta de 30 d'agost de 2015]

DISCOVERY MAX. *El Sol*: <https://www.youtube.com/watch?v=B6mbvexCwVI> [consulta de 5 de setembre de 2015]

NINE PLANETS. *The Sun*: <http://nineplanets.org/sol.html> [consulta de 27 d'agost de 2015]

Sunspotter telescope measure sunspots and measure rotation of sun: <http://gr5.org/sunspotter/> [consulta de 5 d'octubre de 2015]

BAA (British Astronomical Association). Solar section. *Stonyhurst Drawings for you to download*: <http://www.britastro.org/solar/index.php?Page=Stonyhurst&style=orig> [consulta de 29 de setembre de 2015]

PARHELIO. Ruiz Fernández, Javier. García de la cuesta, Faustino. Página de observación solar. <http://www.parhelio.com/> [consulta de 5 d'octubre de 2015]

TRUJILLO BUENO, Javier. *Magnetismo Solar: la clave para descifrar los enigmas del Sol*: <http://www.iac.es/gabinete/difus/ciencia/solterra/4.htm> [consulta de 7 de setembre de 2015]

Unitron Italia Instruments. *Coronado – telescopi solari*: <http://www.unitronitalia.com/prodotti.asp?cod=CI&type=020> [consulta de 5 de setembre de 2015]

DOMÍNGUEZ, Patricio. Observación astronómica. *El Sol en la línea de emisión K del calcio*: <http://www.astrosurf.com/patricio/sol/sol-PSTCaK.htm> [consulta de 27 d'agost de 2015]

CUCKNEY, John. Astronomy. *Coronado CaK PST*:

<http://cuckney.pwp.blueyonder.co.uk/astronmy/CoronadoCaK%20PST.htm> [consulta de 27 d'agost de 2015]

PIEKIL, Robert. Astromart. Blog de astronomía y astrofotografía. *The Coronado CaK PST*:

http://www.astromart.com/reviews/article.asp?article_id=357 [consulta de 5 de setembre de 2015]

WIKIPEDIA, La enciclopedia libre. *Sol*: <https://es.wikipedia.org/wiki/Sol> [consulta de 17 de setembre de 2015]

WIKIPEDIA, La enciclopedia libre. *Mancha solar*:

https://es.wikipedia.org/wiki/Mancha_solar [consulta de 27 d'agost de 2015]

VIQUIPÈDIA. L'enciclopèdia lliure. *Cicle solar*: https://ca.wikipedia.org/wiki/Cicle_solar [consulta de 11 de setembre de 2015]

F. DÍAZ, Rogrigo. *Estudio de la Actividad Solar*:

http://www.astro.cnba.uba.ar/biblioteca/apunte_solar.pdf [consulta de 27 de setembre de 2015]

GEA (Grup d'Estudis Astronòmics). *L'observació diària del Sol*:

http://astrogea.org/divulgacio/sol_intro_c.htm [consulta de 29 d'agost de 2015]

10.2. Llibres

REES, MARTIN. *Universo*. 1a ed., Madrid: Pearson Educación, 2006

CERDÀ, XIMÓ. *El llibre de l'astronomia*. 1a ed., Barcelona: Barcanova, 2011

MARTÍNEZ, VICENT – MIRALLES, JOAN – MARCO, ENRIC – GALADÍ-ENRIQUEZ, DAVID. *Astronomía fonamental*. 2a ed., València: Universitat de València, 2008

RIDPATH, IAN. *Astronomía*. 1a ed., Madrid: Espasa Calpe, 2007

TOLA, JOSÉ – INFIESTA, EVA. *Atles d'astronomia*. 1a ed., Barcelona: Parramón, 2001

FRAZIER, KENDRICK. *El sistema solar*. 1a ed., Barcelona: Planeta, 1986.

SALVAT, MANUEL. El sistema solar. 1a ed., Barcelona: Salvat, 1973

BAKER, JOANNE. 50 cosas que hay que saber sobre el Universo, 1a ed., Barcelona: Ariel, 2011

JORI, CARME – ESTALELLA, ROBERT. L'astronomia a les aules. 1a ed., Barcelona: Universitat de Barcelona, 2008

10.3. Descàrregues en PDF

The Imaging Source Astronomy Cameras: First Choice For Solar Imaging in CaK Light
http://www.astronomycameras.com/data/editorials/20110425/assets/first_choice_for_solar_imaging.pdf

H. HATHAWAY, David. PDF. *The Solar Cycle*:
<http://solarphysics.livingreviews.org/Articles/lrsp-2010-1/download/lrsp-2010-1Color.pdf>

Student Manual. *The period of rotation of the Sun*:
http://www.nce.ufrj.br/ginape/iga502/Material_aulas/SolarRotation.pdf

El Sol. Heliofísica; *El estudio del Sol*: <http://www.castello.es/archivos/560/Heliofisica.pdf>
[consulta de 5 d'octubre de 2015]

11. Annexos

11.1. Annex 1. Tipus d'estels

Les dues classificacions més utilitzades en astronomia per agrupar els estels segons les seves característiques són:

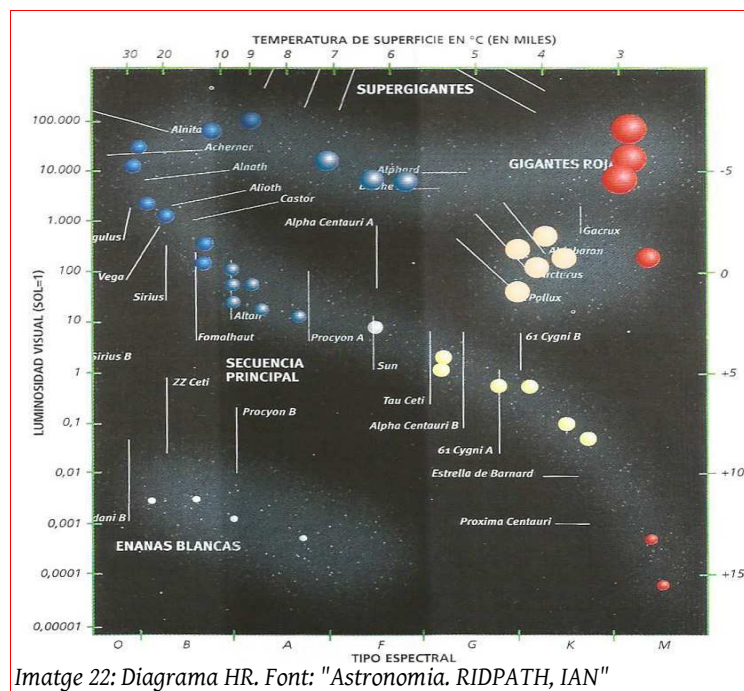
- **Classificació espectral:** segons la temperatura i el color que emeten:

Tipus	Color	Temperatura (°C)
O	Blau	30.000 – 50.000
B	Blanc-blau	12.000 – 30.000
A	Blanc	8.000 – 12.000
F	Blanc-groc	6.500 – 8.000
G	Groc	5.000 – 6.500
K	Taronja	3.500 – 5.000
M	Vermell	2.500 – 3.500

Taula 6. Classificació espectral

Cada tipus espectral es divideix en 10 subclasses, que s'enumeren del 0 al 9.

- **Diagrama Hertzsprung – Russell (HR):** Segons la massa, grandària, lluminositat i temperatura:



Els estels s'agrupen en el diagrama de la següent forma:

- **Estels de la seqüència principal** (tipus V): situats en la diagonal que va des de dalt a l'esquerra (estels blaus, molt calents i molt brillants) fins a baix a la dreta (estels vermells, poc calents i poc brillants). El 90% dels estels que veiem es localitzen en la seqüència principal (entre ells el Sol). En ella es mantenen estables durant la major part de la seva vida (la pressió de les reaccions nuclears s'equilibra amb la força de la seva gravetat) fins que augmenta el seu radi i disminueix la seva temperatura, evolucionant a gegants vermells o supergegants.
- **Gegants vermells** (tipus II): són estels de grans dimensions, poc calents però molt lluminosos. Tenen un ritme de fusió molt ràpid (solament viuen uns milions d'anys) i acaben convertits en supergegants o supernoves, i finalment en estels de neutrons o forats negres.
- **Nans blancs** (tipus VI): són estels petits, molt calents però poc lluminosos. Es van apagant i refredant lentament (viuen centenars de milers de milions d'anys) i acaben convertits en un nan negre.
- **Estels cefeides**: estels de diferents colors i grandàries i lluminositat variable.

11.2. Annex 2. Cicle de vida del Sol

Els estels, igual que els éssers vius i a diferència del que es creia abans, neixen, evolucionen i moren. Per a l'estudi d'un estel és important conèixer en quina part del cicle està, ja que es comporten de manera totalment diferent en cada fase. També és important tenir en compte de quin tipus d'estel es tracta (petit, mitjà o gran) ja que la seva evolució i mort és diferent.

Ens centrarem en la vida del Sol, encara que aquest procés és el mateix per a qualsevol estel de la seva classe:

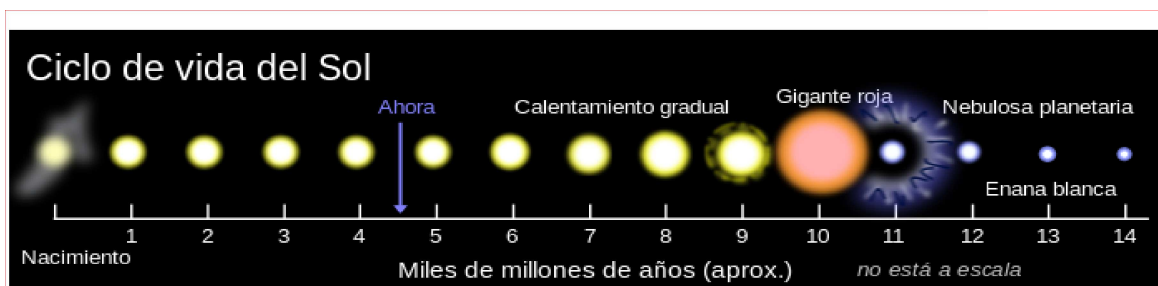
- **Formació**: la teoria més àmpliament acceptada és la **teoria de la nebulosa primitiva**, proposada per Kant i Laplace²⁶, que descriu un origen comú dels astres del Sistema Solar. Segons aquesta, l'origen del Sol i per tant del Sistema Solar es va produir a partir d'un núvol de pols i gas interestel·lar procedent d'una supernova (un estel de massa elevada que va explotar). A causa de la força de la gravetat es va començar a condensar i a contreure (*self gravity*). Uns 100.000 anys després es va transformar en un disc d'acreció (material que gira entorn d'un objecte central massiu) i el nucli va augmentar la seva densitat i temperatura, ja que el material col·lapsava en ell. Aquest nucli, anomenat protosol, va ser el precursor del Sol. Els elements es van anar dispersant segons les forces físiques (els

²⁶Immanuel Kant (Prússia, 1724 – 1804) i Pierre-Simon Laplace (França, 1749 – 1827), van formular la teoria en 1796

rocosos prop del Sol i els gasosos lluny). Durant milions d'anys, a causa dels xocs entre la pols i les roques, es va condensar matèria en diferents punts, formant planetesimals. Aquests es van unir formant els planetes que coneixem actualment. El protosol seguia condensant-se, fins que la pressió i la temperatura van ser tan elevades (11 milions de graus centígrads) que la fusió nuclear va ser possible. En aquest moment el Sol va entrar en ignició i és quan es considera que va néixer i va començar a emetre energia. Durant la seva infància, però, era menys lluminós i més actiu que actualment (amb rajos ultraviolats mil vegades superiors, vent solar a 3 milions de km/h...).

- **Evolució:** el Sol es troba actualment en aquesta fase, en la meitat de la seva vida (va néixer fa uns 4.600 milions d'anys i es calcula que continuarà evolucionant uns 5.000 milions més). Evoluciona consumint l'hidrogen mitjançant la fusió nuclear, i el resultat d'aquest procés és l'energia que produeix i un residu d'heli. El Sol es troba, en aquest moment, en la seqüència principal, igual que els altres estels que, com ell, evolucionen consumint l'hidrogen. Quan l'heli s'esgoti el Sol sortirà de la seqüència principal i començarà la seva desaparició.

- **Mort:** el Sol cada vegada necessitarà cremar més combustible (hidrogen) per mantenir-se en equilibri, i augmentarà la seva lluminositat i la seva temperatura. En uns 1.500 milions d'anys el clima de la Terra començarà a canviar, però la desaparició del Sol començarà uns 3.500 milions d'anys després, quan les seves dimensions siguin un 50% més grans que ara. En aquell moment gairebé no quedarà hidrogen en el seu nucli i per tant les reaccions nuclears començaran a disminuir. El nucli es refredarà, la seva pressió baixarà i, a causa de la força de la gravetat, s'enfonsarà i es contraurà. Com a conseqüència, la temperatura començarà a augmentar i durant uns 2.000 milions d'anys el Sol s'anirà dilatant, convertint-se en un gegant vermell (100 vegades més gran i 500 vegades més brillant que ara). Aquest augment de la temperatura també donarà lloc a la fusió de l'heli, i com a residu es produirà carboni. Aquest procés es repetirà diverses vegades, donant lloc a una cadena de fusions. Finalment, però, el residu serà ferro, del qual no es pot obtenir energia mitjançant la fusió. Llavors es dilatarà de nou i explotarà, donant lloc a un nan blanc. Aquest s'anirà consumint i evolucionarà a un nan negre.



Imatge 23: Cicle de Vida del Sol. Font: <https://es.wikipedia.org/wiki/sol>

Per molt contradictori que sigui, el Sol, que va permetre la vida tal com la coneixem, també la destruirà, abrasant tot el que tingui al voltant i provocant canvis en tota l'heliosfera²⁷. És curiós com la mort d'un estel destrueix, amb ella, tot el que hi ha al seu voltant, però al seu torn aquesta pols interestel·lar origina un nou procés i torna a començar un bucle infinit, que actualment no sabem quantes vegades ja s'ha pogut reproduir en el Sistema Solar.

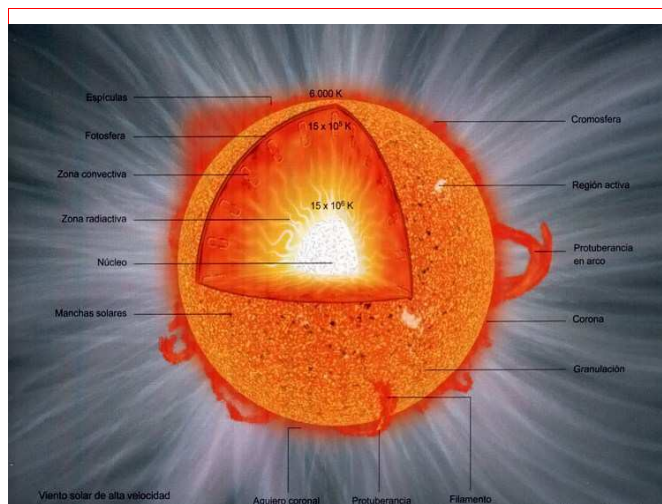
11.3. Annex 3. Estructura del Sol

El Sol es divideix en capes concèntriques entre elles. Cada capa té característiques diferents ja que no tenen la mateixa finalitat. Les parts en què es divideix el Sol són:

- **Nucli:** és la part central del Sol, ocupa un quart del seu volum i és també la part més calenta, a 15 milions °C. La densitat de l'hidrogen del nucli és 160 vegades superior a la de l'aigua i la pressió 200.000 milions de vegades superior a la de l'atmosfera de la Terra. En el nucli es produeixen les reaccions termonuclears que generen tota l'energia que rebem del Sol (fusió nuclear), on es desprenen fotons que circulen a través de les altres capes fins a sortir a la superfície. Cada segon reaccionen 700 milions de tones d'àtoms d'hidrogen, que converteixen 5 milions de tones de matèria en energia.

- **Zona radiant:** és una zona bastant gruixuda (0,713 radis solars o 300.000-400.000km), i a mesura que ens allunyem del nucli és una mica més freda. L'energia que es desprèn del nucli viatja per aquesta zona en forma de radiació cap a l'exterior. Aquestes radiacions es troben en totes les longituds d'ona, però nosaltres solament som capaces de veure la llum visible (380 – 780nm de longitud d'ona).

- **Zona convectiva:** l'energia travessa aquesta zona mitjançant convecció. Es formen columnes de gas bombolla que pugen i baixen a causa de les diferents densitats. Aquestes bombolles poden tenir un gruix de



Imatge 24: Estructura del Sol. Font: <http://astronomiadab.blogspot.com.es/2010/08/estructura-del-sol.html>

²⁷Regió espacial sota la influència del Sol, més enllà de l'òrbita de Plutó. El límit és l'heliopausa

30.000km. Es troba a menys temperatura que la zona radiant, ja que està més lluny del nucli.

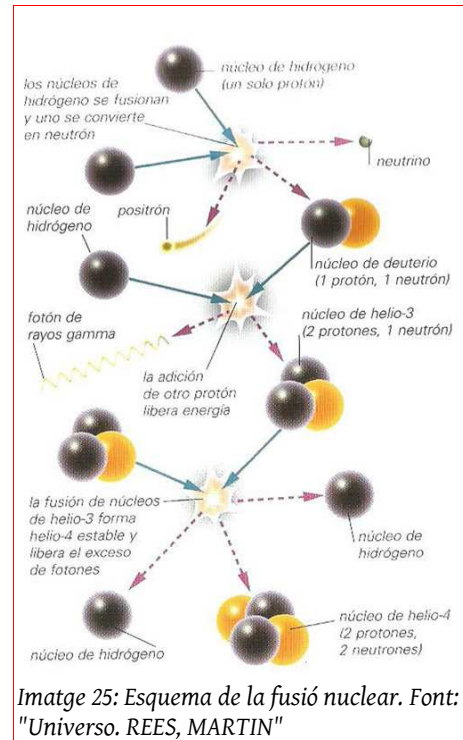
- **Fotosfera:** és la primera capa que forma part de l'atmosfera solar. És la superfície visible del Sol, es troba a uns 7.000°C a la base i a uns 4.000°C en la part superior. Es tracta d'una capa fina (uns 500km de profunditat) i la seva densitat és suficientment baixa perquè la majoria dels fotons puguin escapar i arribar a la Terra sense interaccionar amb altres partícules. Presenta granulació, bombolles de gas d'uns 1.000km d'espessor. El gas calent puja en el centre de cada grànul a uns 500m/s, i el fred cau als costats. Els grànuls i supergrànuls apareixen i desapareixen cada 10 minuts. És la capa que conté les taques solars que observem des de la Terra.

- **Cromosfera:** quan acaba la fotosfera, la temperatura, en comptes de seguir disminuint comença a créixer. L'inici de la cromosfera es considera el punt de mínima temperatura (4.000°C). Té uns 3.000km d'espessor i en la part superior la temperatura arriba a 60.000°C. Aquest és un aspecte molt curiós, ja que els científics no saben explicar com la temperatura augmenta en allunyar-se del nucli solar, encara que se suposa que està relacionat amb el camp magnètic del Sol. La cromosfera no és visible ja que la fotosfera té una lluminositat molt més elevada, i en conseqüència la cromosfera solament es pot observar durant els eclipsis totals de Sol o amb filtres de certes línies d'absorció, com l'H-alpha.

- **Corona:** quan la temperatura arriba a 1 o 2 milions de graus centígrads, a uns 2.500km sobre la base de la fotosfera, comença la corona, la qual té un gruix de bastants radis solars, constituint una espècie d'halo al voltant del Sol. Brilla més o menys com la Lluna plena, per tant, igual que la cromosfera solament s'observa durant els eclipsis totals de Sol o amb un coronògraf, generant eclipsis artificials de Sol. S'estén més o menys un milió de quilòmetres des de la fotosfera, encara que emet un flux constant de partícules (vent solar) que arriben fins a l'heliopausa, situada a milions de km. L'heliopausa marca el límit del Sistema Solar, i és on el vent solar interactua amb el gas interestel·lar. D'aquesta manera es forma l'heliosfera, una bombolla que engloba el Sol i els planetes. La seva baixa densitat provoca que emeti poca radiació i el seu efecte no es noti a la Terra. No obstant, el Sol és un estel variable i quan es troba en la seva màxima activitat, la corona s'estén i varia (en aquest moment sí que es nota l'efecte des de la Terra).

11.4. Annex 4. Fusió nuclear

S'uneixen dos nuclis d'hidrogen (formats per un sol protó) i un d'ells es converteix en neutró, formant un nucli de deuteri o hidrogen pesat. També s'allibera un neutrí i un positró. El nucli de deuteri es fusiona amb un nucli d'hidrogen, formant un nucli d'heli lleuger o heli-3. Aquesta addició allibera energia (fotó de rajos gamma). Dos nuclis d'heli lleuger s'uneixen, formant un nucli d'heli-4, que és estable. Els nuclis d'heli són menys massius del que aparenten (un 0,7% menys), la massa sobrant dels quals es converteix en energia en forma de fotons. Com a conseqüència s'alliberen dos nuclis d'hidrogen i fotons. L'energia es produeix pels fotons de rajos gamma i la força motriu dels nuclis d'heli-4.



11.5. Annex 5. El telescopi Coronado PST Ca-K

El Coronadot PST Ca-K és un telescopi refractor acromàtic, específic per a l'observació del Sol. Conté un filtre Ca-K, que permet aïllar una capa del Sol (baixa cromosfera) lleugerament més freda i que està per sota que la que s'observa amb un Coronado PST H-alpha. Això fa que s'observin els fenòmens abans que amb un H-alpha.

L'espectre visible del Sol mostra fortes línies d'absorció (a causa de la manca de fotons). Fraunhofer²⁸ va classificar les línies espectrals amb una nomenclatura especial, i entre elles es troba la línia K, produïda pel calci. Aquesta és la que processa el Coronado PST Ca-K, generant imatges de color blau-violeta a causa de la longitud d'ona de 393,4nm de la línia.

La cromosfera és visible en diferents longituds d'ona (gran part per l'emissió H-alpha, hidrogen que s'excita i emet llum en un color vermellós). No obstant, la cromosfera també és visible pel calci ionitzat (Ca II) en la part violeta de

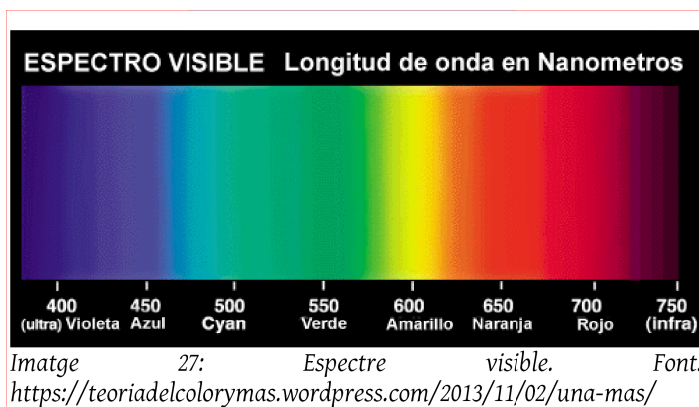


Imatge 26: Telescopi Coronado PST Ca-K. Font: <http://www.astrogirona.com>

²⁸Joseph von Fraunhofer, 1787 – 1826, astrònom, òptic i físic alemany

l'espectre visible en una longitud d'ona de 393,4nm, i es diu línia K de Calci. Aquesta llum prové d'àtoms de calci que han perdut un electró. La majoria de llum procedent del Sol té el seu origen en el nucli, això vol dir que porta centenars de milers d'anys travessant el seu interior. Tot i així, les emissions Ca-K procedeixen dels nivells superiors, de les regions magnètiques actives, la qual cosa fa que solament triguin uns minuts a arribar a la Terra i que siguin visibles les platges, supergrànuls i taques amb més contrast. A diferència de les imatges en H-alpha, són més difícils d'observar ja que la seva longitud d'ona ho dificulta. Donat que els àtoms de calci representen solament vuit parts per milió de la massa solar i l'hidrogen més del 90%, l'emissió en la línia K del calci és molt menor, sent això el causant que les imatges siguin més febles.

Atès que l'ull humà no és molt sensible a aquesta ona que es troba en l'extrem de l'espectre de llum visible, algunes persones poden presentar dificultats a l'hora d'observar tots els detalls (deteriorament per l'edat, si la sala no està a les fosques, adaptació de l'ull, problemes de vista...), per la qual cosa la principal finalitat del Coronado PST Ca-K no és l'observació visual sinó el CCD (dispositiu de càrrega acoblada) d'imatges, molt més sensible. Per facilitar el tractament he treballat en blanc i negre.



Obertura	40 mm
Longitud focal	400 mm
F/Radi (obertura)	F/10
Amplada de banda	<2,2 Å
Estabilitat tèrmica	0,005 Å/°C
Pes	1,41 kg
Longitud	38,1 cm
Ocular	Kellner, 20 mm (x20)

Taula 7. Característiques del telescopi Coronado PST CaK

11.6. Annex 6. Classificacions dels grups de taques

En general, els grups de taques es classifiquen en dos grans grups: **unipolars** (una taca aïllada o un grup compacte de taques) i **bipolars** (estructures allargades consistents com a mínim en dues taques principals que estan orientades més o menys en paral·lel a la rotació solar).

Una taca ben desenvolupada passa pels següents tipus: A, B, C, D, I, F, G, H i J. El tipus F és escàs i normalment les taques evolucionen passant del tipus I al G. Molts grups només arriben a desenvolupar-se fins al tipus D, i la majoria es queden en els estats A, B i C. La durada d'un grup pot ser d'unes poques hores per a un porus, a diversos mesos per als grups més evolucionats.

A				Unipolar. Poro o pequeño grupo de poros sin penumbra.
B				Bipolar. Grupo mayor de poros sin penumbra y generalmente en formación Este - Oeste.
C				Bipolar. Mancha con penumbra y con un grupo de poros.
D				Bipolar. Dos o más manchas con poros intermedios. Extensión inferior a 10° heliográficos.
E				Bipolar. Grupo con manchas y poros intermedios. Extensión entre 10° y 15° heliográficos.
F				Bipolar. Grupo en decadencia con manchas en los extremos sin poros intermedios. Extensión inferior a 10° heliográficos.
G				Unipolar. Mancha con penumbra superior a 2,5° heliográficos.
H				Unipolar. Mancha con penumbra inferior a 2,5° heliográficos.

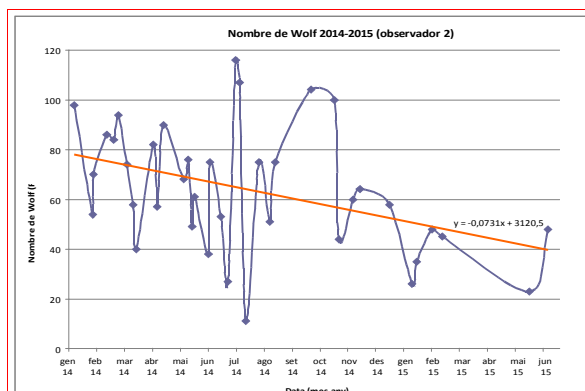
Imatge 28: Classificació de Zurich. Font: <http://www.astrosurf.com/obsolar/manual4.html>

11.7. Annex 7. Càlcul del nombre de Wolf

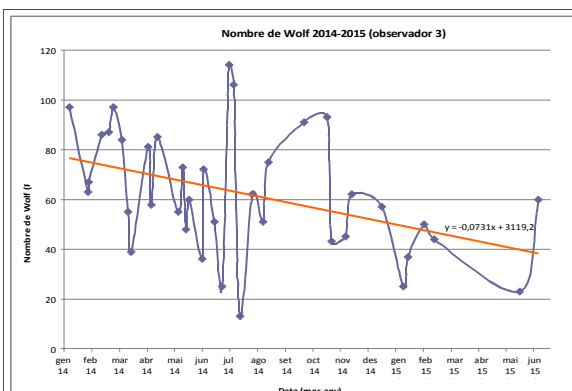
	Observador 2			Observador 3			Observador 4		
	g	f	R	g	f	R	g	f	R
07/01/2014	5	48	98	5	47	97	5	49	99
28/01/2014	4	14	54	5	13	63	5	14	64
29/01/2014	5	20	70	5	17	67	5	22	72
12/02/2014	6	26	86	6	26	86	6	24	84
20/02/2014	5	34	84	5	37	87	5	33	83
25/02/2014	6	34	94	6	37	97	6	39	99
07/03/2014	5	24	74	6	24	84	6	25	85
14/03/2014	4	18	58	4	15	55	4	18	58
17/03/2014	3	10	40	3	9	39	3	10	40
05/04/2014	6	22	82	6	21	81	6	21	81
09/04/2014	5	7	57	5	8	58	5	7	57
16/04/2014	6	30	90	6	25	85	7	26	96
09/05/2014	5	18	68	4	15	55	4	17	57
14/05/2014	6	16	76	6	13	73	6	16	76
18/05/2014	4	9	49	4	8	48	4	8	48
21/05/2014	5	11	61	5	10	60	4	11	51
05/06/2014	3	8	38	3	6	36	3	7	37
07/06/2014	5	25	75	5	22	72	5	21	71
19/06/2014	4	13	53	4	11	51	5	15	65

	Observador 2			Observador 3			Observador 4		
	g	f	R	g	f	R	g	f	R
27/06/2014	2	7	27	2	5	25	2	7	27
05/07/2014	9	26	116	9	24	114	9	25	115
10/07/2014	8	27	107	8	26	106	8	30	110
17/07/2014	1	1	11	1	3	13	1	3	13
31/07/2014	5	25	75	4	22	62	4	24	64
12/08/2014	4	11	51	4	11	51	4	13	53
18/08/2014	6	15	75	6	15	75	6	17	77
27/09/2014	6	44	104	5	41	91	6	39	99
23/10/2014	6	40	100	6	33	93	6	35	95
28/10/2014	3	14	44	3	13	43	3	13	43
13/11/2014	4	20	60	3	15	45	4	18	58
20/11/2014	5	14	64	5	12	62	5	22	72
23/12/2014	5	8	58	5	7	57	5	7	57
17/01/2015	2	6	26	2	5	25	2	6	26
22/01/2015	3	5	35	3	7	37	3	6	36
09/02/2015	4	8	48	4	10	50	4	9	49
20/02/2015	3	15	45	3	14	44	3	17	47
27/05/2015	2	3	23	2	3	23	2	3	23
17/06/2015	3	18	48	4	20	60	4	18	58

Taula 8: Nombre de Wolf (observadors 2, 3 i 4)

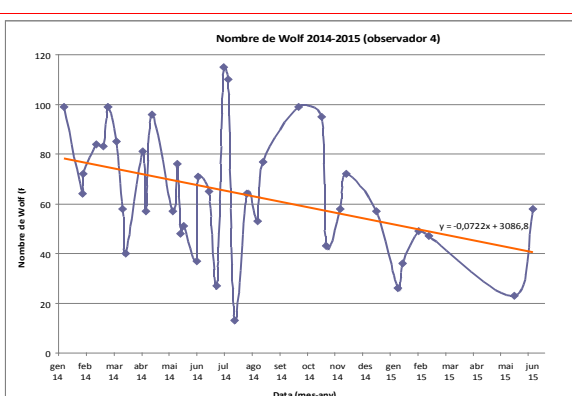


Gràfic 6: Representació del nombre de Wolf (observador 2)



Gràfic 7: Representació del nombre de Wolf (observador 3)

A part de petites diferències entre els tres gràfics, veiem que tots segueixen la mateixa figura (igual a la de l'observador 1). Això ens indica que tots són un bon índex de l'activitat solar. El de l'observador 4 és el que té menys pendent, el del 2 i el 3 tenen el mateix. Encara que l'observador 1 té el pendent més pronunciat, els seus resultats són els més baixos. Els de l'observador 4 són els més alts, i els de l'observador 2 són també més elevats que els de l'1 i del 3.



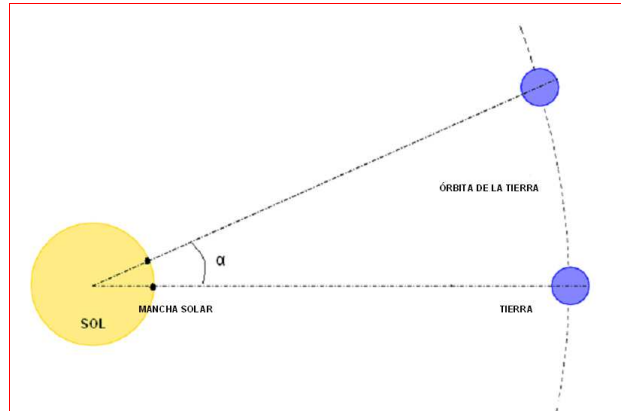
Gràfic 8: Representació del nombre de Wolf (observador 4)

Combinant les quatre observacions obtenim els millors resultats, ja que es compensen els possibles errors d'observació.

11.8. Annex 8. Càlcul del període sideral de rotació del Sol

Com està explicat en l'apartat 7 (Càlcul de la rotació solar), el **període sinòdic** del Sol (S) és l'aparent que observem des de la Terra, mentre que el **període sideral** (P) és el real del Sol, el qual obtindrem aplicant la correcció adequada per corregir el moviment de translació de la Terra al voltant del Sol.

Així doncs, anem a buscar la fórmula que els relaciona. Hem de calcular P, és a dir, el temps que triga la taca solar a girar els 360°. Experimentalment però, trobem S, el temps que triga la taca a girar els $360 + \alpha^\circ$, que és quan tornem a veure la taca alineada amb la Terra.



Imatge 29: Esquema del moviment de la Terra respecte al Sol.
Font: pròpia, basada en <http://spiff.rit.edu/classes/phys301/lectures/sunmoon/sunmoon.html>

Si Δt és el temps que triga aquesta

taca a recórrer l'angle α , podem afirmar que $\alpha = \frac{360}{P} \Delta t$, és a dir, $\Delta t = \frac{\alpha}{360} P$ (1)

De la mateixa manera, considerant el moviment de la Terra al voltant del Sol com un MCU, i sabent que una volta la completa cada 365,25 dies (dada tabulada), tindrem que

$$\alpha = \frac{360}{365,25} S \quad (2) \quad (\text{ja que la Terra s'ha mogut l'angle } \alpha \text{ en el temps sinòdic}).$$

Per tant, substituint l'expressió (2) a (1):

$$\Delta t = \frac{\frac{360}{365,25} S}{360} P = \frac{SP}{365,25}$$

Finalment, observem que $P = S - \Delta t$, per la qual cosa:

$$P = S - \frac{SP}{365,25} \rightarrow P \left(1 + \frac{S}{365,25}\right) = S \rightarrow P = \frac{S}{1 + \frac{S}{365,25}} \rightarrow P = \frac{S}{\frac{365,25 + S}{365,25}}$$

I arribem a concloure:

$$P = \frac{365,25 S}{365,25 + S}$$